Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Институт спорта, туризма и сервиса
Кафедра «Технология и организация общественного питания»

664(07)
П844

Л.С. Прохасько

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ

Учебное пособие

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2021

УДК 664.64(075.8)
П844

Одобрено
учебно-методической комиссией Института спорта, туризма и сервиса

Рецензенты:
Форенталь В.И. – ООО НПП «УЧТЕХ-ПРОФИ», зам. директора, к.т.н.,
Арямнов И.Ю. – ОП ООО «ФЕСТО-РФ» в г. Челябинске, директор

Прохасько, Л.С.
П844 Процессы и аппараты пищевых производств: методические указания / Л.С. Прохасько. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2021. – 51 с.

В учебном пособии приведен краткий лекционный курс отдельных разделов дисциплины «Процессы и аппараты пищевых производств», рассмотрены основные понятия и классификация процессов и аппаратов, а также вопросы практического применения этих процессов в пищевых технологиях. Рассмотрен раздел «Гидравлика: основные определения и общие сведения».

Пособие предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения направления 19.03.04 «Технология продукции и организации общественного питания». Может быть рекомендовано также для других направлений бакалавриата, изучающих пищевые производства – 19.03.02 «Продукты питания из растительного сырья»; 19.03.03 «Продукты питания животного происхождения».

УДК 664.64(075.8)

Раздел 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ КУРСА

Тема 1.1. Введение. Содержание и задачи курса «Процессы и аппараты пищевых производств». Классификация основных процессов

Наука о процессах и аппаратах является основой каждой отрасли технологии пищевых производств. Возникнув в конце прошлого века, в настоящее время она играет большую роль в различных современных технологиях пищевых производств.

Цель изучения дисциплины – дать студентам направления 19.03.04 «Технология продукции и организация общественного питания» теоретические основы дисциплины, научить использовать основные законы при расчете технологических процессов, пищевых аппаратов и машин.

Задачами курса являются изучение основных технологических процессов, лежащих в основе работы пищевых аппаратов, овладение навыками инженерных расчетов основных процессов пищевых производств, развитие навыков логического и творческого мышления.

В пищевой промышленности осуществляются самые разнообразные процессы, в которых исходные материалы в результате химического взаимодействия претерпевают глубокие превращения, сопровождающиеся изменением агрегатного состояния, внутренней структуры и состава веществ. Наряду с химическими реакциями протекают физические (в том числе механические) и физико-химические процессы.

В курсе «Процессы и аппараты пищевых производств» (ПиАПП) рассматриваются не только процессы, но и аппараты, в которых они протекают.

Под словом ***аппарат*** понимают любое устройство, в котором обычно протекает технологический процесс. Под словом ***рабочая машина*** понимают то оборудование, где преимущественно осуществляются механические процессы (центрифуги, дробилки, смесители и т.д.).

Классификация основных процессов. Все многообразие процессов пищевой промышленности можно разделить на четыре основных класса:

– гидромеханические;

– тепловые;

– массообменные;
– механические.

1. ***Гидромеханические процессы***, скорость которых определяется законами гидродинамики. К этим процессам относятся перемещение жидкостей и газов, разделение жидких и газовых неоднородных систем в поле силы тяжести (отстаивание), в поле центробежных сил (центрифугирование), а также под действием разности давлений при движении через пористый слой (фильтрование) и перемешивание жидкостей.

2. ***Тепловые процессы***, протекающие со скоростью, определяемой законами теплопередачи – науки о способах распространения тепла (нагревание, охлаждение, выпаривание и конденсация паров).

3. ***Массообменные (диффузионные) процессы***, характеризующиеся переносом одного или нескольких компонентов исходной смеси из одной фазы в другую через поверхность их раздела. К этой группе процессов, описываемых законами массопередачи, относятся абсорбция, перегонка (ректификация), экстракция из растворов, кристаллизация, адсорбция и сушка.

4. ***Механические процессы***, описываемые законами механики твердых тел. Они применяются в основном для подготовки исходных твердых материалов и обработки конечных твердых продуктов, а также для транспортирования кусковых и сыпучих материалов. К механическим процессам относятся измельчение, транспортирование, сортировка (классификация), дозирование и смешение твердых веществ.

По способу организации процессы пищевой технологии делятся на периодические и непрерывные.

Периодические процессы проводятся в аппаратах, в которые через определенные промежутки времени загружаются исходные материалы; и после их соответствующей переработки происходит выгрузка конечного продукта. По окончании разгрузки аппарата и его повторной загрузки процесс повторяется снова.

Непрерывные процессы осуществляются в проточных аппаратах. Поступление исходных материалов в аппарат и выгрузка конечных продуктов производится одновременно и непрерывно, то есть все стадии непрерывного процесса протекают **одновременно**, но разобщены в пространстве.

Известны также ***комбинированные процессы***. К ним относятся непрерывные процессы (отдельные стадии проводятся периодически), либо периодические процессы (одна или несколько стадий протекает непрерывно).

Тема 1.2. Основные законы при расчете ПиАПП

Материальный баланс. По ***закону сохранения массы*** количество поступающих веществ $\sum G_н$ должно быть равно количеству веществ $\sum G_к$ получаемых в результате проведения процесса с учетом потерь $\sum G_п$:

$$\sum G_н = \sum G_к + \sum G_п. \qquad (1.1)$$

Материальный баланс составляют для процесса в целом или для отдельных его стадий. Баланс может быть составлен для всех веществ, участвующих в процессе, и лишь для одного из компонентов, если обрабатываемая смесь является двух- или многокомпонентной. Баланс составляют за единицу времени (например, за I час или I сутки).

На основе материального баланса определяют выход продукта на единицу затраченного сырья, под которым понимают выраженное в % отношение полученного количества продукта к максимальному, то есть теоретически возможному.

Энергетический баланс. Его составляют на основе ***закона сохранения энергии***, согласно которому количество энергии, введенной в процесс, равно количеству выделившейся энергии.

Проведение любого процесса обычно связано с затратой различных видов энергии – механической, электрической и т.д. Эти процессы часто сопровождаются изменением энтальпии системы, например, вследствие изменения агрегатного состояния веществ. При проведении химических реакций очень большое значение может иметь их тепловой эффект.

Частью энергетического баланса является ***тепловой,*** который в общем виде выражается уравнением:

$$\sum Q_Н = \sum Q_К + \sum Q_П. \qquad (1.2)$$

При этом количество вводимого тепла:

$$\sum Q_Н = Q_1 + Q_2 + Q_3, \qquad (1.3)$$

где Q_1 – количество тепла, вводимое с исходными веществами; Q_2 – количество тепла, подводимого извне; Q_3 – тепловой эффект физических и химических превращений.

Количество отводимого тепла $\sum Q_К$ складывается из тепла, удаляемого с конечными продуктами и отводимого с теплоносителем, а также тепловых потерь $\sum Q_П$.

В энергетическом балансе, кроме тепла, учитывается приход и расход всех видов энергии, например, затраты механической энергии на перемешивание жидкостей или сжатие и транспортирование газов.

Законы переноса и принцип движущей силы. При рассмотрении процессов различной природы (гидродинамических, тепло- и массообменных) было установлено, что их кинетические уравнения аналогичны. Например, для тепловых:

$$\frac{dQ}{Fd\tau} = K\Delta t = 1/R(\Delta t), \tag{1.4}$$

где Q – количество тепла, Вт; F – поверхность теплообмена, м^2; τ – время, с; Δt – движущая сила процесса перехода тепла, град; K – коэффициент теплопередачи, Вт/м$^2 \cdot$град; $R = 1/K$ – сопротивление переходу тепла.

Таким образом, кинетические уравнения этих процессов могут быть приведены к одному виду:

$$J = X\cdot(1/R), \tag{1.5}$$

где J – скорость протекания процесса; X – движущая сила процесса.

Общий принцип интенсификации процессов – для увеличения скорости их протекания необходимо увеличить движущую силу и уменьшить сопротивление.

Тема 1.3. Методы исследования процессов и аппаратов. Расчет аппаратов периодического и непрерывного действия

Аналитический метод. Этот метод заключается в том, что на основе общих законов физики, химии, теплотехники и других наук составляют дифференциальные уравнения, описывающие целый класс подобных явлений. Например, дифференциальное уравнение Фурье определяет распределение температур в любой точке тела, через которое теплота передается теплопроводностью, причем, данные дифференциальные уравнения справедливы для всего класса явлений (теплопроводность, теплообмен, массоперенос и т. д.). Подобным аналитическим методом в пищевой промышленности рассчитывают объемы хранилищ для различных продуктов и сырья, количество транспорта для осуществления межоперационных технологий в пищевом производстве.

Экспериментальный метод. Проводить исследования на больших промышленных объектах (аппаратах, машинах, исследовать протекание технологического процесса и пр.) достаточно сложно и затратно. Поэтому выполняют действующие модели машин и аппаратов, на основе работы которых определяют зависимости между режимными параметрами. Затем на основе этих зависимостей составляют расчетные зависимости, которые затем можно распространить на реальные объекты. Для экспериментальных исследований можно также использовать и промышленную установку. В этом случае также в результате экспериментальных исследований выявляют зависимости между факторами в графической форме или в виде расчетных уравнений.

Расчет аппаратов периодического и непрерывного действия. При расчете ***аппарата периодического действия*** используют следующую зависимость:

$$V_p = \frac{V \cdot \Delta\tau}{24 \cdot \varphi \cdot N}, \qquad (1.6)$$

где V_p – объем аппарата, м^3; V – заданная суточная производительность, м^3/сутки; $\Delta\tau$ – период процесса, т.е. время от начала загрузки исходного сырья данной партии до начала загрузки следующей партии; φ – коэффициент заполнения аппарата, обычно выбирается в диапазоне 0,7… 0,8; N – число аппаратов.

Для приближенного расчета ***аппарата непрерывного действия*** можно использовать следующее выражение:

$$V_p = V \cdot \tau, \qquad (1.7)$$

где τ – среднее время пребывания элементарного объема материала в аппарате, обычно оно задано.

При проведении любого процесса всегда возникает необходимость выбора оптимального. В качестве ***критерия оптимизации*** чаще всего выбирается минимум времени и затрат на производство продукции.

Тема 1.4. Свойства сырья и продуктов

В пищевой промышленности перерабатывают сырье и получают готовые продукты в различном агрегатном состоянии: твердом, жидком, паро- и газообразном. Переработка сырья на пищевом предприятии направлена на решение следующих задач:

– выделение из сырья веществ, которые могут легко усваиваться человеческим организмом (из сахарной свеклы получают сахар; из семян подсолнечника – масло и т.д.);

– получение новых, не содержащихся ранее в сырье веществ (виноделие, пивоварение и пр.);

– возможность длительного хранения (обработка холодом, консервирование, сушка и пр.);

– преобразование сырья в продукты потребления (зерно → помол зерна→ выпечка хлебобулочного изделия → потребление).

Для эффективного решения этих задач необходимо на каждом этапе технологического процесса контролировать параметры, которые характеризуют качественные характеристики каждого этапа процесса. Другими словами, для расчета процессов и аппаратов необходимо знать свойства пищевых продуктов и сырья.

Многие пищевые продукты представляют собой однородные и неоднородные смеси. К однородным смесям относятся растворы, например, сахарные, водно-спиртовые, соки и т. д. Однородные смеси характеризуются концентрацией растворенного вещества. К неоднородным смесям относятся смеси твердого вещества с жидкостью, смеси различных нерастворимых одна в другой жидкостей. Для характеристики неоднородных смесей вводят понятие объемной или массовой доли, например, доли твердого вещества в жидкости.

Все свойства веществ можно разделить на физические (плотность, удельный вес, вязкость и др.) и теплофизические (удельная теплоемкость, теплопроводность, температуропроводность и др.).

Физические свойства веществ

1. Плотностью ρ [кг/м^3] называют массу вещества, заключенную в единице его объема:

$$\rho = \frac{m}{W}, \tag{1.8}$$

где m – масса вещества, кг; W – объем, м^3.

Удельный объем [v, м^3/кг] – это величина, обратно пропорциональная плотности или это объем единицы массы вещества:

$$v = V / m, \tag{1.9}$$

где V – объем вещества, м^3; m – масса вещества, кг.

Соотношение плотностей двух веществ называется **относительной плотностью** *б*. Обычно плотность веществ определяют относительно плотности воды при 4 ^{0}С:

$$б = \rho/\rho_в, \tag{1.10}$$

где ρ – плотность вещества; $\rho_в$ – плотность воды.

Плотность суспензии:

$$\rho_c = \rho_{тв}\varphi + \rho_ж (1 - \varphi), \tag{1.11}$$

где $\rho_{тв}$ – плотность твердых частиц в суспензии, кг/м^3; φ – доля твердой фазы в суспензии; $\rho_ж$ – плотность жидкости, кг/м^3.

Для характеристики сыпучих продуктов (зерна, сахарного песка, картофельной крупки и т. д.) вводят понятие **насыпной плотности**, кг/м^3:

$$\rho_н = (1 - \varepsilon)\cdot\rho_{тв}, \tag{1.12}$$

где ε – порозность (пористость) сыпучего материала ($\varepsilon = Vп/Vн$, здесь $Vп$ – объем пустот свободно насыпанного материала, м^3; $Vн$ – объем свободно насыпанного материала, м^3); $\rho_{тв}$ – действительная плотность частиц материала, кг/м^3.

Плотность неоднородной бинарной системы, состоящей из компонентов, a и b, определяется:

$$\rho = 1/[(m_a/\rho_a) + (m_b/\rho_b)], \tag{1.13}$$

где m_a, m_b – массовые доли (концентрации) компонентов a и b в смеси, кг на кг смеси ($m_b = 1 - m_a$); ρ_a и ρ_b – плотности компонентов a и b, кг/м^3.

Удельным весом γ (Н/м^3) называют вес единицы объема жидкости:

$$\gamma = G/W, \tag{1.14}$$

где G – вес жидкости, кг; W – объем, м^3.

Установим соотношение между плотностью и удельным весом:

$$\rho = G/g\cdot W = \gamma / g. \tag{1.15}$$

2. Вязкость представляет собой свойство жидкости (газов) сопротивляться сдвигу (скольжению) ее слоев (или частиц). Вязкость приводит к появлению сил внутреннего трения между смежными слоями жидкости, текущими с разными скоростями. Она характеризует степень текучести жидкости (газов), подвижности ее частиц. С повышением давления вязкость жидкости увеличивается (зависимость существенна только при больших перепадах давления).

Вязкость жидкостей зависит также от температуры: у капельных жидкостей вязкость уменьшается с увеличением температуры, у газообразных

– возрастает (вязкость газов зависит от теплового движения молекул, интенсивность которого увеличивается с повышением температуры).

Влияние температуры на вязкость жидкостей можно оценить формулой $\mu = \mu_0 e^{-\beta(T-T_0)}$ (μ и μ_0 – вязкости при температуре T и T_0, β – коэффициент, зависящий от рода жидкости), а также проиллюстрировать графиком – показано на рис. 1.

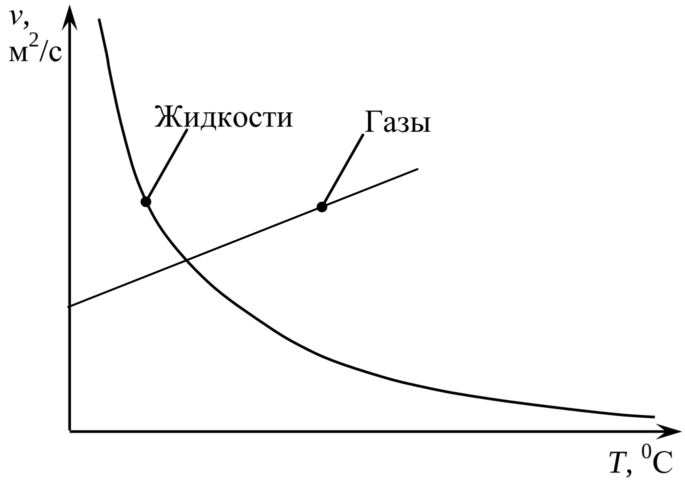


Рис. 1. Зависимость кинематической вязкости от температуры

Если жидкость не движется, вязкость не проявляется (в ньютоновских жидкостях). Поэтому при решении задач равновесия жидкостей её можно не принимать во внимание. При движении же жидкости необходимо учитывать силы трения, которые проявляются вследствие вязкости. Согласно гипотезе Ньютона при ламинарном течении среды вязкость проявляется в том, что при сдвиге соседних слоев один относительно другого возникает сила противодействия. Эта сила характеризуется напряжением сдвига, или, как его еще называют, напряжением внутреннего трения, или касательным напряжением, которое пропорционально скорости относительного сдвига слоев жидкости. Напряжение сдвига представляет собой отношение силы сопротивления, возникающей между движущимися слоями среды, к площади поверхности соприкосновения слоев среды. Вязкость оценивают **динамическим коэффициентом вязкости** μ [Па·с], который представляет собой отношение касательного напряжения внутреннего трения τ при прямолинейном движении жидкости к градиенту скорости по нормали $\frac{dU}{dn}$, и **кинематическим коэффициентом вязкости** ν [м²/с]. Последний равен отношению динамического коэффициента вязкости μ к плотности жидкости ρ:

$$\nu = \mu / \rho \qquad (1.16)$$

В системе СГС за единицу динамической вязкости был принят Пуаз (П): 1 П = 1 дин·с/см^2. 1 дин = 10^{-5} Н, 1 м^2 =10^4 см^2, тогда 1 П = 0,1 Па·с.

Ранее единицей измерения кинематической вязкости был Стокс (Ст): 1 Ст = 1 см^2/с. Сотая доля Стокса называется сантистоксом (сСт). Таким образом 1 Ст = 1 см^2/с = 10^{-4} м^2/с, а 1 сСт = 10^{-6} м^2/с.

Вязкость жидкостей, газов, смесей определяют опытным путем на приборах, которые называются вискозиметрами.

Вязкость суспензий зависит от вязкости жидкой фазы и объемной концентрации твердой фазы x и может быть определена по следующей зависимости:

$$\mu = \mu_0(1+4{,}5x). \qquad (1.17)$$

Вязкость эмульсий рассчитывают по следующей зависимости:

$$\mu = \mu_0\sqrt{\frac{1}{1-x}}, \qquad (1.18)$$

где μ_0 – динамический коэффициент вязкости дисперсионной среды, Па·с; x – объемная концентрация дисперсной фазы.

Таким образом, вязкость зависит от рода жидкости и её температуры и не зависит от условий движения жидкости. На рис. 2 приведены графики течения ньютоновских и неньютоновских жидкостей.

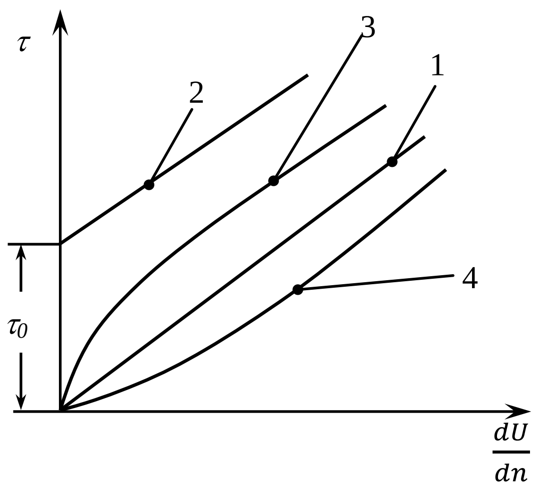


Рис. 2. Графики течения ньютоновских и неньютоновских жидкостей

Вязкость неньютоновских жидкостей. Согласно гипотезе Ньютона касательное напряжение в жидкости зависит от рода жидкости, характера её течения и при так называемом «слоистом» течении изменяется прямо пропорционально поперечному градиенту скорости, то есть напряжение сдвига увеличивается пропорционально градиенту скорости и не зависит от времени, то есть:

$$\tau = \mu \frac{dU}{dn}. \tag{1.19}$$

Зависимость для ньютоновских, «нормальных» жидкостей – показана на рис. 2 прямой 1, угол наклона которой зависит от вязкости жидкости.

В пищевых производствах часто встречаются так называемые неньютоновские жидкости**,** сила трения и напряжения сдвига в которых зависят от времени и определяются другими законами. На рис. 3 показана классификация неньютоновских жидкостей, которые делятся на три группы: стационарные неньютоновские жидкости, нестационарные неньютоновские жидкости, вязкоупругие максвелловские жидкости.

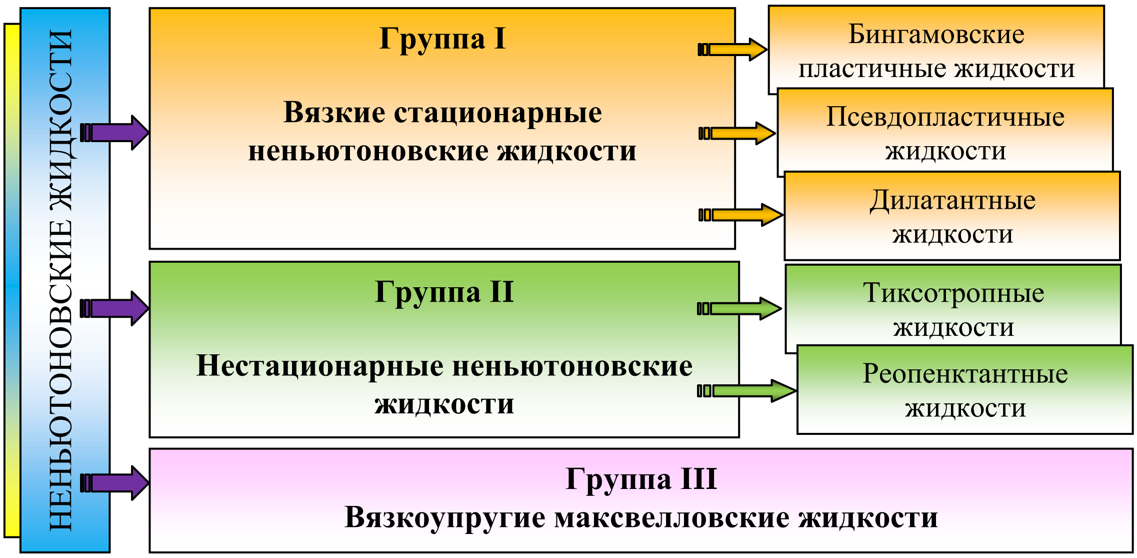


Рис. 3. Классификация неньютоновских жидкостей

Группа I. Для этих жидкостей поперечный градиент скорости *dU*/*dn* неизменен во времени. Приведем общие сведения о жидкостях, входящих в эту группу.

Бингамовские пластичные жидкости (густые суспензии, пасты и пр.). Данные жидкости показаны на рис. 2 прямой 2 и описываются уравнением:

$$\tau = \tau_0 + \mu_{\text{п}} \frac{dU}{dn}, \tag{1.20}$$

где τ_0 – напряжение сдвига, по достижении которого наступает текучесть тела, Па; $\mu_{\text{п}}$ – динамический коэффициент пластичной вязкости, Па·с.

Псевдопластичные жидкости (растворы полимеров, крахмальные дисперсии) – см. кривую 3 на рис. 2. Уравнение для этих жидкостей:

$$\tau = K\left(\frac{dU}{dn}\right)^m. \qquad (1.21)$$

В этом уравнении коэффициент K увеличивается с возрастанием вязкости, показатель степени m изменяется от 0 до 1.

Дилатантные жидкости (очень густые суспензии, дрожжевые осадки и пр.) – см. кривую 4 на рис. 2. Поведение этих жидкостей также описывается уравнением 13 при показателе степени $m>1$.

Группа II. Для этих жидкостей напряжение сдвига изменяется в зависимости от градиента скорости и времени t:

$$\tau = f\left(\frac{dU}{dn}, t\right). \qquad (1.22)$$

Приведем общие сведения о жидкостях, входящих в эту группу.

Тиксотропные жидкости (кефир, простокваша, масляные краски). Структура этих жидкостей разрушается под действием прилагаемого напряжения при одновременном уменьшении вязкости. После снятия напряжения вязкость постепенно возрастает и структура жидкости восстанавливается.

Реопенктантные жидкости (например, майонез). Вязкость данных жидкостей по мере воздействия постоянного напряжения возрастает

Группа III. Жидкости, относящиеся к данной группе, текут под воздействием напряжения сдвига, однако полностью (частично) восстанавливают свою форму после снятия напряжения. Типичная максвелловская жидкость – тесто.

3. Поверхностное натяжение – свойство жидкости образовывать поверхностный слой взаимно притягивающихся молекул – характеризуется **коэффициентом поверхностного натяжения** σ [Н/м], который с физической точки зрения представляет собой энергию образования единицы площади межфазной поверхности.

Коэффициент поверхностного напряжения для разных жидкостей, граничащих с воздухом при температуре 20 ^{0}С, имеет следующие значения, Н/м: вода – $73{\cdot}10^{-3}$; молоко – $46{\cdot}10^{-3}$; спирт – $22{,}5{\cdot}10^{-3}$; эфир этиловый – $17{\cdot}10^{-3}$; ртуть – $460{\cdot}10^{-3}$.

Коэффициент поверхностного напряжения зависит от температуры. Для чистых жидкостей при увеличении температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается. Коэффициент поверхностного натяжения также зависит от концентрации примесей в жидкости. Так, при добавлении в воду биологически активных веществ (паста, мыло) поверхностное натяжение воды уменьшается: так для мыльного раствора σ = $40 \cdot 10^{-3}$ Н/м (напомним, для воды $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м).

Силы поверхностного напряжения стремятся придать жидкости сферическую форму (при малых объемах жидкости) и некоторое дополнительное давление. Силы поверхностного напряжения играют большую роль в процессах капельной конденсации, флотации, в капиллярных процессах.

4. Изменение объема. Жидкость может изменять свой объем под действием давления либо в результате изменения температуры. В первом случае это свойство жидкости называется **сжимаемостью**, во втором – **температурным расширением**.

Сжимаемость – это свойство жидкости изменять свой объем под действием давления. С количественной точки зрения это свойство оценивается **коэффициентом объемного сжатия** β_ρ [1/Па], который представляет собой относительное изменение объема, приходящееся на единицу изменения давления:

$$\beta_\rho = -(\frac{\Delta W}{W}) / \Delta p, \tag{1.23}$$

где ΔW – изменение объема, м^3; W – первоначальный объем, м^3; Δp – изменение давления, Па.

Температурное расширение характеризуется **коэффициентом объемного расширения** β_t [1/^{0}С], который представляет собой относительное изменение объема при изменении температуры на 1 градус и постоянном давлении:

$$\beta_t = (\frac{\Delta W}{W}) / \Delta t, \tag{1.24}$$

где Δt – изменение температуры.

Теплофизические свойства веществ

Прежде, чем перейти к теплофизическим свойствам веществ, дадим определение понятию «градиент температуры».

Градиент температуры. В температурном поле имеются точки с одинаковой температурой. Соединив все точки поля с одинаковой температурой, получим поверхность одинаковой температуры. Такая поверхность называется ***изотермической***. Вдоль изотермической поверхности нет переноса теплоты. Теплота переносится в направлениях, пересекающих изотермические поверхности – показано на рис. 4.

Наиболее интенсивно теплота переносится в том направлении температурного поля, где выше изменение температуры, то есть в направлении по нормали (перпендикуляр к касательной) к изотермической поверхности, показанной на рис. 4.

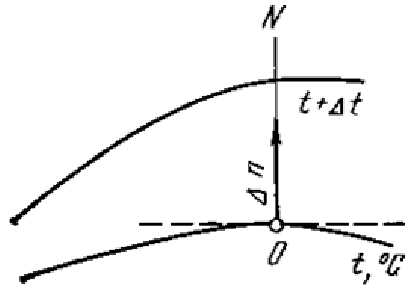


Рис. 4. Схема для определения градиента температуры

Интенсивность изменения температуры в температурном поле характеризуется градиентом температуры, который представляет собой предел отношения изменения температуры (Δt) между двумя соседними изотермическими поверхностями к расстоянию (Δn) по нормали N, если величина Δn стремится к нулю:

$$\lim_{dn \to 0} \frac{dt}{dn} = \overline{grad}\ t \tag{1.25}$$

Градиент температуры $\overline{grad\ t}$ – это вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону максимального увеличения температуры. Размерность градиента температуры – (К/м).

1. Температура. Температура – параметр, характеризующий тепловое состояние тела. Температура тела, являясь мерой хаотического движения его молекул, определяет направление возможного самопроизвольного перехода теплоты от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой. Температура – это величина, характеризующая степень нагретости тела. Температура служит мерой энергии движения молекул вещества. Причем, чем больше энергия движущихся молекул, тем выше его температура. В конце XVIII века Ломоносовым было предсказано, что должна существовать такая температура, при которой движение молекул полностью должно прекратиться. Причем эта температура должна быть минимально возможной и дальнейшее понижение температуры тела невозможно. Абсолютный нуль температур недостижим, так как тепловое движение молекул неотъемлемый атрибут материи, и прекращение этого движения приводит к нарушению закона сохранения материи. Впоследствии английский ученый Томсон (Кельвин) предложил назвать эту температуру «абсолютным нулем» и начинать от него отсчет температуры.

В настоящее время в отечественной и зарубежной практике используются три основных температурных шкалы: Кельвина, Цельсия и Фаренгейта.

В системе СИ температура измеряется в градусах Кельвина – T [К] (термодинамическая температура – абсолютная термодинамическая шкала температур Кельвина), величина которого равна 1/100 части температурного диапазона между температурой таяния водного льда (273,15 К) и температурой кипения воды (373,15 К). В шкале Кельвина отсутствуют отрицательные температуры.

За начало отсчета в шкале Цельсия (^{0}С) принята температура таяния льда ($t_0 = 0\ ^0$С) и температура кипения воды $t_к = 100\ ^0$С.

Для тройной точки воды температура равновесия трех фаз при давлении 610,8 Па установлена 273,16 К, или 0,01 ^{0}С.. Абсолютная термодинамическая шкала температур определяется с помощью тройной точки воды в качестве реперной точки со значением 273,15 К, а нижней границей шкалы служит абсолютный нуль температур, то есть один градус Кельвина равен 1/273,15 части термодинамической температуры тройной точки воды.

Также допускается применять температуру Цельсия (обозначается t, выражается в градусах Цельсия ^{0}С). По величине градус Цельсия равен Кельвину: 1^{0}С=К. Связь между температурой Цельсия и термодинамической температурой определяется:

$$t = T - 273{,}15; \qquad T = t + 273{,}15. \tag{1.26}$$

Эмпирической температурой называется мера отклонения тела от состояния теплового равновесия с тающим льдом, находящимся под давлением в 1 физическую атмосферу. Измеряется эта температура термометрами: ртутным, спиртовым, газовым и др. На термометре наносят исходные опорные точки-реперы, отвечающие устойчивым тепловым состоянием: таяния льда (0 ^{0}С) и кипения воды (100 ^{0}С) при давлении, равном одной физической атмосфере.

Эмпирическая шкала температур Фаренгейта имеет реперную точку при температуре тающей смеси равных долей льда и нашатырного спирта, которая принимается за 0 ^{0}F. Эта точка лежит на 32 ^{0} F ниже 0 ^{0}С, а интервал от 0 ^{0}C до 100 ^{0}C соответствует 180 ^{0}F. Таким образом, шкала Цельсия связана со шкалой Фаренгейта формулой:

$$t^0C = \frac{5}{9}\left(t^0F - 32\right). \tag{1.27}$$

Цена деления шкалы Реомюра больше, чем шкалы Цельсия, т.к. интервал от 0 ^{0}C до 100 ^{0}C разбит на 80 частей.

Теплопроводность. Теплота с разной интенсивностью распространяется внутри различных тел. Эту особенность физического тела принято характеризовать коэффициентом теплопроводности λ [Вт/м·^{0}C]. Он характеризует физические свойства тела и способность его проводить тепло:

$$\lambda = -\frac{|q|}{\mathrm{grad}t} = \frac{Q}{\frac{F\cdot\tau\cdot\Delta t}{l}}. \tag{1.28}$$

Величина λ представляет собой количество тепла, которое проходит в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при температурном градиенте равном единице.

Коэффициент температуропроводности *a,* [м^2/с] можно определить по уравнению:

$$a = \frac{\lambda}{c\cdot\rho}, \tag{1.29}$$

где λ – коэффициент теплопроводности тела, Вт/м·К; c – удельная теплоемкость, Дж/кг·К; ρ – плотность тела, кг/м^3.

Коэффициент температуропроводности характеризует теплоинерционность тела.

Теплоемкость. Для того чтобы нагреть два различных вещества с одинаковой массой до одной и той же температуры, необходимо подвести различное количество теплоты. Таким образом, каждое тело по-своему воспринимает теплоту. Способность тела воспринимать теплоту характеризуется теплоемкостью, которая устанавливает соотношение между количеством подведенной к телу теплоты и увеличением температуры.

Теплоемкостью газа называется количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела на 1°C при незначительном изменении его состояния. C = dQ/dT – это полная теплоемкость тела в данном процессе.

Удельной теплоемкостью называют количества тепла в Джоулях, необходимое для изменения температуры единицы вещества на один градус.

Удельной массовой теплоемкостью называют количества тепла в Джоулях, необходимое для изменения температуры единицы массы вещества на один градус, Дж/кг·град:

$$c_m = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}. \qquad (1.30)$$

Удельной объемной теплоемкостью называют количества тепла в Джоулях, необходимое для изменения температуры единицы объема вещества на один градус, Дж/м^3·град:

$$c_V = \frac{1}{V}\frac{dQ}{dT}. \qquad (1.31)$$

Удельной мольной теплоемкостью называют количества тепла в Джоулях, необходимое для изменения температуры одного моля вещества на один градус, Дж/моль·град:

$$c_\mu = \frac{\mu}{m}\frac{dQ}{dT}. \qquad (1.32)$$

Все три вида теплоемкостей связаны между собой следующими зависимостями:

– объемная теплоемкость с массовой: $c_V = c_m \rho$; (1.33)

– массовая теплоемкость с мольной: $C_m = \frac{C_\mu}{\mu}$; (1.34)

– мольная теплоемкость с объемной: $c_\mu = \frac{\mu}{\rho} c_V$. (1.35)

Теплоемкость не является постоянной величиной, она изменяется с изменением температуры и давления. В некоторых случаях эта зависимость может быть значительной, поэтому вводят понятие средней теплоемкости и истинной теплоемкости. То есть при нагревании на каждый градус изменения температуры расходуется разное количество тепла.

Если для нагревания 1 кг газа от t_1 до t_2 ^{0}C затрачивается q (кДж/кг) тепла, то величина называется средней теплоемкостью в пределах температур от t_1 до t_2, ^{0}C:

$$c_m = q/(t_2 - t_1) \qquad (1.36)$$

Чем меньше разность температур t_2 и t_1 ^{0}C, тем более приближается значение средней теплоемкости к значению так называемой истинной теплоемкости. Выражение $c = dq/dT$ определяет теплоемкость при данной температуре или истинную теплоемкость.

Теплоемкость не является постоянной величиной, она изменяется с изменением температуры и давления. Теплоемкость зависит от количества вещества: чем больше вещества содержит тело, чем больше теплоты необходимо подвести, чтобы нагреть его до определенной температуры. Численно теплоемкость изменяется в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Изменение температуры тела при одинаковом количестве подводимой теплоты зависит от характера процесса. В термодинамических расчетах большое значение имеют теплоемкости:

– при постоянном давлении (при p = const) – изобарная теплоемкость: $c_p = dq_p/dT$;

– при постоянном объеме (при v = const) – изохорная теплоемкость: $c_v = dq_v/dT$.

Опыт показывает, что $q_p > q_v$, так как $c_p > c_v$. Это объясняется тем, что в первом случае теплота затрачивается только на нагревание тела, т.е. на повышение его температуры, а во втором случае тело не только нагревается, но и совершает внешнюю работу.

Отсюда получается одно из основных соотношений изохорной и изобарной теплоемкости – уравнение Майера:

$$c_p - c_v = R. \tag{1.37}$$

Раздел 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Моделирование процессов и аппаратов осуществляют на основании теории подобия, которая устанавливает правила построения модели, ход и порядок проведения экспериментов на модельном образце с целью переноса результатов экспериментов на реальные объекты. При этом учитывают геометрическое, кинематическое, механическое, тепловое подобие модельного образца и реального объекта.

Тема 2.1. Геометрическое подобие. Критерии подобия

Геометрическое подобие соблюдается при равенстве отношений всех сходственных линейных размеров натуры и модели. Это условие для фигур рис. 5 можно записать следующим образом:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{j_1}{j_2} \tag{2.1}$$

Или в общем виде:

$$L/l = \text{const} = k_l \tag{2.2}$$

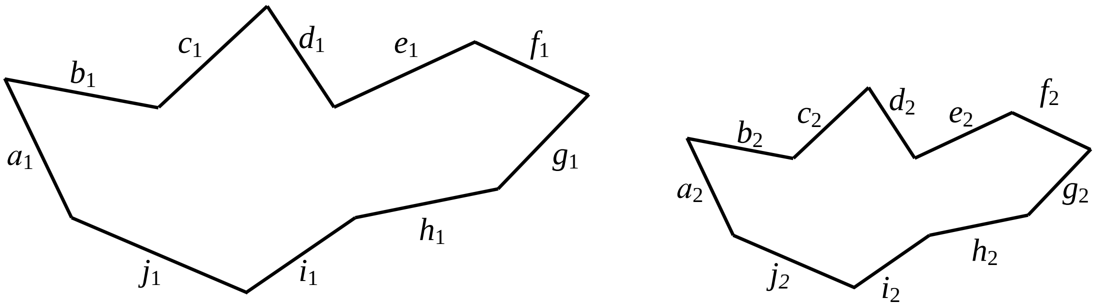


Рис. 5. Геометрически подобные фигуры

Безразмерная величина k_l называется константой геометрического подобия, или масштабным (переходным) множителем. Константы подобия характеризуют отношение однородных сходственных величин в подобных системах и позволяют перейти от размеров одной системы (модели) к другой (натуре). Для тех же фигур очевидно справедливо равенство следующих отношений:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} = \frac{d_1}{b_1} = \frac{d_2}{b_2} = \cdots i. \qquad (2.3)$$

По этому соотношению сравниваются стороны одной и той же фигуры, а в качестве меры сравнения выбрана одна из сторон. Полученная величина называется инвариантом подобия. Очевидно – геометрическое подобие фигур будет соблюдаться, если инварианты подобия будут равны. Таким образом, условие геометрического подобия: у подобных геометрических фигур инварианты подобия для сходственных сторон одинаковы.

Тема 2.2. Кинематическое подобие. Критерии подобия

Кинематическое подобие означает пропорциональность местных скоростей в сходственных точках и равенство углов, характеризующих направление этих скоростей:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{x1}}{V_{x2}} = \frac{V_{y1}}{V_{y2}} = \frac{V_{z1}}{V_{z2}} = k_V = idem, \qquad (2.4)$$

где k_V – масштаб скоростей, одинаковый при кинематическом подобии.

Так как $V = L/T$, то $k_V = k_l/k_T$ (T – время, k_T – масштаб времени).

Из кинематического подобия вытекает геометрическое подобие линий тока для подвижных конвективных сред.

Тема 2.3. Динамическое подобие. Критерии подобия

Динамическое подобие – это пропорциональность сил, действующих на сходственные объемы в кинематически подобных объектах и равенство углов, характеризующих направление этих сил.

На физическое тело действуют различные силы – силы тяжести, силы давления, силы трения (вязкости) и т.д. Соблюдение их пропорциональности означает полное динамическое подобие. На практике обычно имеют дело с частичным (неполным) подобием, при котором соблюдается пропорциональность лишь основных, главных сил. Если принять за основу силу инерции и сравнивать другие силы с этой «эталонной» силой, то можно получить множество критериев динамического подобия.

Критерии подобия механического движения получается из уравнения, выражающего второй закон Ньютона и называется ***числом Ньютона*** $Ne = Ft^2/m\ell$, где F – действующая на тело сила, m – его масса, t – время, ℓ – характерный линейный размер.

При изучении упругих деформаций конструкции под воздействием внешних сил основными критериями подобия являются ***Пуассона коэффициент*** для материала конструкции $\nu = |\varepsilon_1/\varepsilon_2|$ и критерии $\rho gl/E$, F/El^2, где $\varepsilon = \Delta L/L$ – относительная продольная деформация, $\varepsilon_1 = \Delta d/d$ – относительная поперечная деформация, E – модуль Юнга, ρ – плотность материала конструкции, F – характерная внешняя сила, g – ускорение силы тяжести.

В гидромеханике важнейшими критериями являются ***число Рейнольдса*** $Re = \rho V\ell/\mu = V\ell/\nu$, ***число Маха*** $M = V/a^*$ и ***число Фруда*** $Fr = V^2/g\ell$, где ρ – плотность жидкости или газа, V – скорость течения, μ – динамический коэффициент вязкости, $\nu = \mu/\rho$ – кинематический коэффициент вязкости, a^* – местная скорость распространения звука в движущейся среде. Каждый из критериев подобия имеет определенный физический смысл как величина, пропорциональная отношению однотипных физических величин. Так, число Re характеризует отношение инерционных сил при движении жидкости или газа к силам вязкости, а число Fr – отношение инерционных сил к силам тяжести. ***Число***, или ***критерий Галилея*** (Ga) – один из критериев подобия, использующийся в гидродинамике и теплопередаче (показывает соотношение между силами гравитации и силами вязкости в среде) и получающийся из комбинации других критериев подобия: $Ga = Re^2/Fr =$

$g\rho^2\ell^3/\mu^2$. Здесь ρ – плотность физического тела; ℓ – характерный размер, μ – динамический коэффициент вязкости.

В процессах, изменяющихся с течением времени t, основным критерием подобия, характеризующим одинаковость протекания процессов во времени, является критерий гомохронности $Ho=Vt/\ell$. В задачах гидроаэромеханики нестационарных течений этот критерий обычно называется ***числом Струхаля*** Sh. Критерий гомохронности в случае подобия электродинамических явлений записывают в виде $Ho = \omega t$, где ω – характерная частота.

Тема 2.4. Тепловое подобие. Критерии подобия

Основными критериями подобия процессов теплопередачи между жидкостью (газом) и обтекаемым телом являются ***Прандтля число*** $Pr = n/a = mc_p/l$, ***Нуссельта число*** $Nu = al/l$, ***Грасгофа число*** $Gr = bgl^3DT/n^2$, а также ***Пекле число*** $Pe = ul/a$ и ***Стэнтона число*** $St = a/rc_pu$. Здесь a – коэффициент теплопередачи, l – коэффициент теплопроводности, c_p – удельная теплоёмкость жидкости или газа при постоянном давлении, $a= l/rc_p$ – коэффициент температуропроводности, b – коэффициент объёмного расширения, DT – разность температур поверхности тела и жидкости (газа). Два последних числа связаны с предыдущими соотношениями: $Pe = Pr{\cdot}Re$, $St = Nu/Pe$.

Для распространения тепла в твёрдом теле характерны: ***Фурье число*** $Fo = at/l^2$ и ***число Био*** $Bi = al/l$. Число Bi определяет характер соответствия между температурными условиями в окружающей среде и распределением температуры в теле.

Раздел 3. ГИДРАВЛИКА: ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Тема 3.1. Силы, действующие в жидкости, давление в жидкости. Понятие об абсолютном, избыточном и вакуумметрическом давлении

Жидкость в гидравлике рассматривают как непрерывную, сплошную среду (континуум), заполняющую все предоставленное ей пространство без пустот и промежутков. На все физические тела, в том числе и на жидкости, обладающие массой, действуют силы. Их можно разделить на ***внешние*** (силы тяжести, центробежные, электромагнитные и пр.) и ***внутренние***, действующие между молекулами, внутри атомов. При рассмотрении жидкостей отвлекаются от их молекулярного строения и полагают их состоящими из бесконечного числа бесконечно малых молекул (даже малые объемы), силы между которыми, как правило, полностью уравновешены и поэтому не входят в расчетные формулы. Внешние силы делят на ***массовые*** и ***поверхностные***.

Массовые силы действуют на все частицы данного тела и в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональна массе жидкости или для однородной жидкости – её объему, поэтому при ρ=const массовые силы можно называть объемными силами. К ним относятся силы тяжести, силы инерции переносного движения, действующие на жидкость при относительном ее покое.

Поверхностные силы действуют на поверхности тела и при равномерном их распределении пропорциональны его площади. К ним относятся силы воздействия на данное жидкое тело со стороны соседних объемов жидкости или соприкасающихся с данной жидкостью твердых либо газообразных тел (в соответствии с третьим законом Ньютона с такими же силами, но противоположно направленными, жидкость воздействует на соседние с нею тела). В общем случае поверхностная сила ΔR, действующая на площадке ΔS, направлена произвольно к ней. Тогда её можно разложить на две составляющие: нормальную составляющую ΔP – силу давления и тангенциальную составляющую ΔT – силу трения – показано на рис. 6.

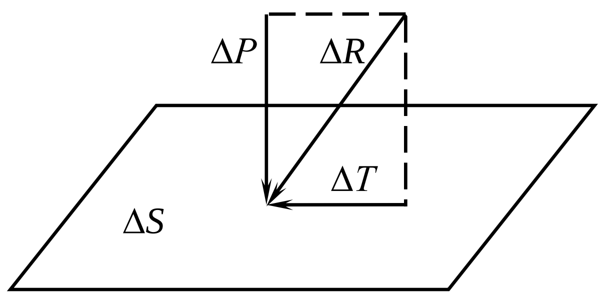


Рис. 6. Две составляющие поверхностной силы

В гидравлике принято рассматривать единичные силы: единичные массовые силы – массовые силы, отнесенные к единице массы, есть соответствующие ускорения; единичные поверхностные силы – поверхностные силы, отнесенные к единице площади, есть соответствующие напряжения.

Нормальное напряжение, то есть напряжение силы давления, называется ***гидромеханическим давлением*** (или просто давлением) p. Если сила давления ΔP равномерно распределена по площадке ΔS, то среднее гидромеханическое давление определяют:

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta S} \right). \qquad (3.1)$$

Давление можно определить как силу, действующую на единицу площади поверхности, нормально ориентированной к этой силе. За единицу давления в Международной системе единиц (СИ) принят Паскаль (Па) – давление, вызываемое силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м^2, то есть 1 Па = 1 Н/м^2. Кратные единицы – килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа): 1 кПа = 10^3 Па; 1 МПа = 10^6 Па. В настоящее время в технике продолжают применять систему единиц МКГСС, в которой за единицу давления принимается 1 кгс/см^2. Используют также внесистемные единицы – техническую атмосферу и бар: 1 ат = 1 кгс/см^2 = 10^4 кгс/м^2 ≅ 10^5 Па; 1 бар = 10^5 Па = 1,02 ат. На рис. 7 показаны шкалы измерения давления. В зависимости от способа отсчета различают абсолютное, избыточное и вакуумметрическое давление.

Если жидкость находится в ненапряженном состоянии (в ней отсутствуют напряжения сжатия), то давление равно нулю p = 0. Значения давления, отсчитанные от этого нуля, называют *абсолютным давлением* p_a.

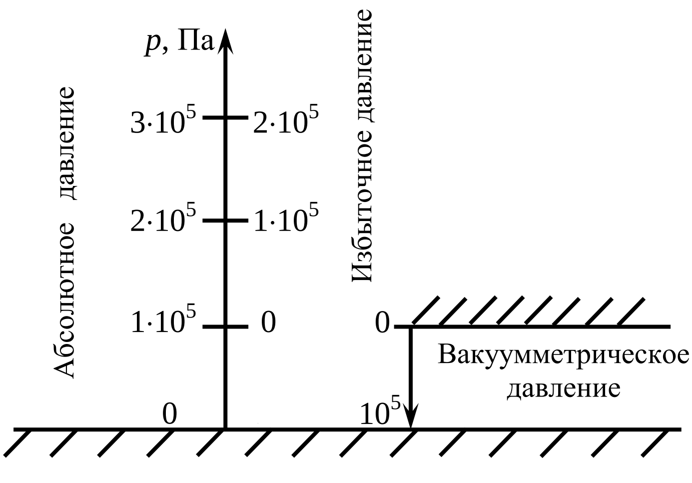


Рис. 7. Шкалы измерения давления

Иногда давление удобно отсчитывать от условного нуля, за который принимается *атмосферное давление*, величина которого в какой-либо точке зависит от высоты этой точки над уровнем моря и незначительно колеблется в одной и той же точке. Нормальное атмосферное давление на уровне моря при температуре $0\ ^0$С принимают равным p_{am} =101,3 кПа, что отвечает давлению 760 мм рт. ст. (или 10330 мм. вод. ст). Приближенно это давление можно принять равным $p_{am} \approx 100$ кПа = 10^5 Па. Таким образом, если давление отсчитывать от атмосферного давления, то его величина покажет избыток абсолютного давления над атмосферным. В этом случае давление называется *избыточным давлением* $p_{и}$:

$$p_{и} = p_a - p_{am}. \tag{3.2}$$

Избыточное давление отрицательно, если абсолютное давление p_a меньше атмосферного p_{am}.

Недостаток давления до атмосферного называется *вакуумом* $p_{в}$:

$$p_{в} = -p_{и} = p_{am} - p_a. \tag{3.3}$$

Тема 3.2. Гидростатика: гидростатическое давление и его свойства. Основной закон гидростатики

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором рассматривают законы равновесия жидкостей (также их относительного покоя) и их практические приложения.

Жидкости практически не способны сопротивляться растяжению, а в неподвижных жидкостях отсутствуют касательные напряжения, поэтому на неподвижную жидкость действует только один вид поверхностных сил – силы давления.

Свойство 1. На внешней поверхности рассматриваемого объема жидкости силы давления всегда направлены по нормали внутрь объема жидкости (являются сжимающими).

Таким образом, в неподвижной жидкости возможен только один вид напряжения – напряжения сжатия или гидростатическое давление.

Под внешней поверхностью принимают не только поверхность межфазового раздела между жидкостью и газом, между жидкостью и твердым телом, но и поверхность объема жидкости, мысленно выделяемого из общего объема жидкости.

Свойство 2. В любой точке пространства гидростатическое давление в жидкости не зависит от ориентации площадки (от углов её наклона по отношению к координатным осям), на которую оно действует, является функцией координат этой точки.

Основной закон гидростатики. Рассмотрим частный случай равновесия жидкости, когда на неё действует лишь одна массовая сила – сила тяжести. Пусть жидкость покоится в резервуаре (показано на рис. 8) причем на ее свободной поверхности давление равно p_0.

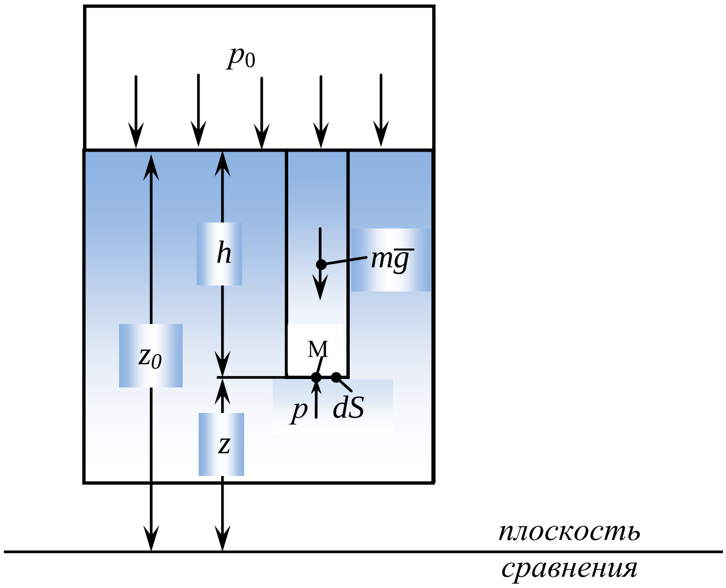


Рис. 8. Иллюстрация к выводу основного закона гидростатики

Найдем давление в произвольной точке М, расположенной относительно свободной поверхности на глубине h. Выделим в окрестностях точки М элементарную горизонтальную площадку площадью dS – основание цилиндрического объема, который мысленно вычленим из всего объёма жидкости, заменив действие «отброшенных» тел силами и реакциями. Давление на нижнее основание цилиндра p, на верхнее p_0, mg – вес выделенного объема жидкости. Запишем сумму сил, действующих на рассматриваемый объем, в проекции на вертикальную ось:

$$p \cdot dS - p_0 \cdot dS - \rho gh \cdot ds = 0 \tag{3.4}$$

Последнее слагаемое в уравнении (3.4) – вес жидкости выделенного объема, где ρ – плотность жидкости, кг/м^3. Разделим все члены уравнения (3.4) на dS и перегруппируем слагаемые. В результате получим:

$$p = p_0 + \rho gh \tag{3.5}$$

Полученное уравнение называется ***основным уравнение гидростатики***. Давление в любой точке покоящейся жидкости равно сумме двух величин – давлению p_0 на внешней поверхности и так называемому «весовому» давлению вышележащих слое жидкости.

Величина p_0 является одинаковой для всех точек объема жидкости, поэтому, учитывая свойство гидростатического давления, можно сформулировать ***закон Паская***: давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается во все точки этой жидкости по всем направлениям одинаково.

Из формулы (3.5) следует, что давление с глубиной увеличивается по линейному закону и на данной глубине есть величина постоянная.

Поверхность, во всех точках которой давление одинаково, называется ***поверхностью уровня***.

Поверхность уровня, во всех точках которой давление равно атмосферному, называется ***пьезометрической поверхностью***.

В данном случае равновесия жидкости поверхности уровня – это множество горизонтальных плоскостей, а если p_0=p_{am}, то свободная поверхность резервуара – пьезометрическая плоскость. Проведём произвольно горизонтальную плоскость сравнения, от неё отчитываем координату z и z_0. – см. рис. 8. Выразим h как (z_0– z) и подставим в уравнение (3.4). После преобразований получим уравнение:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}. \tag{3.6}$$

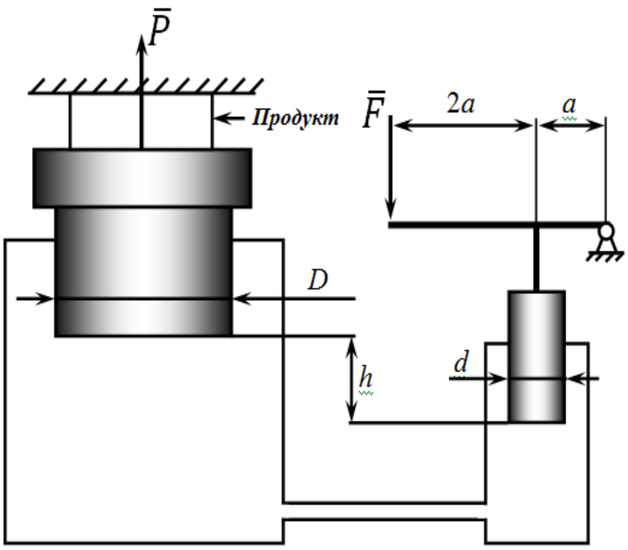
Так как точка М была взята произвольно, то можно утверждать, что для всего объема жидкости:

$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \tag{3.7}$$

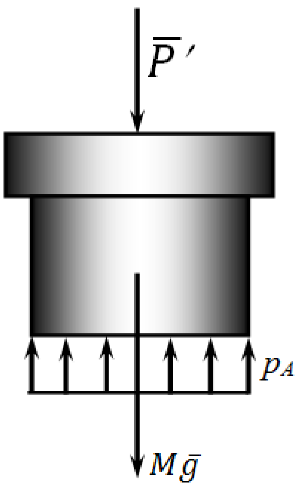
Координата z называется геометрической высотой, величина $\frac{p}{\rho g}$ – пьезометрической высотой, величина $\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$– гидростатическим напором.

Гидростатический напор есть величина постоянная для всех точек неподвижной жидкости – в***торая формулировка основного закона гидростатики***.

В качестве закрепления теоретического материала рассмотрим несколько примеров.



Пример 1. Вычислить силу прессования пищевого продукта P при заданном усилии F, Н на конце рычага. Известны: масса малого поршня m, кг; масса большого – M, кг; перепад между нижними поверхностями поршней h, м; диаметр большого поршня D=5d, м (d – диаметр малого поршня); рабочая жидкость плотностью ρ, кг/м^3 [1].



Решение

1) Решим задачу в системе избыточного давления (СИД).

2) Составим уравнение равновесия сил, действующих на большой поршень (продукт действует на большой поршень с силой P', но противоположно направленной, т.е P'=P), силой трения пренебрегаем.

$$\bar{P}' + M\bar{g} + \overline{P_A} = 0 \qquad (1)$$

3) Спроектируем уравнение (1) на вертикальную ось. Ось направлена сверху вниз.

$P' + Mg - P_A = 0$ или $P' + Mg = P_A$

4) Из последнего уравнения определим давление p_A под большим поршнем. Учтем, что сила давления P_A=p_A(πD^2/4)

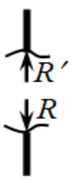
$$p_A = \frac{4(P'+Mg)}{\pi D^2} \qquad (2)$$

5) Используя основной закон гидростатики, определим давление под малым поршнем, которое обозначим $p_Б$.

$$p_Б = p_A + \rho g h$$

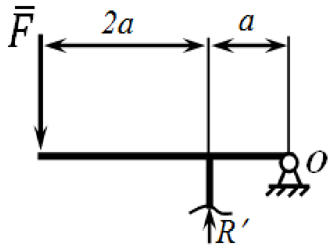
6) Подставим уравнение (2) и определим давление $p_Б$

$$p_Б = \frac{4(P'+Mg)}{\pi D^2} + \rho g h \qquad (3)$$



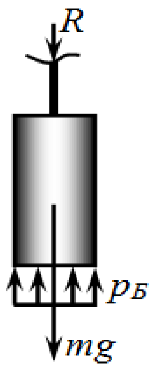
7) Мысленно разрежем стержень, действующий на малый поршень, на две части, заменив «отброшенные» части реакциями. При этом $|R| = -|R'|$ (4)

8) Составим уравнение момента сил, приложенных к рычагу, относительно шарнира «О»



$\sum M_o = 0$ или $F3a - R'a = 0$. Отсюда $R' = 3F$. С учетом (4) определяем $R = 3F$ – это воздействие со стороны стержня на малый поршень.

9) Составим уравнение равновесия сил, действующих на малый поршень



$$\bar{R} + m\bar{g} + \overline{P_Б} = 0. \qquad (5)$$

Здесь $P_Б = p_Б\frac{\pi d^2}{4}$

10) Спроектируем уравнение (5) на вертикальную ось, подставив R=3F и $p_Б$ из уравнения (3), причем силу $P_Б$ перенесем в правую часть

$$3F+mg = \left(\frac{4(P'+Mg)}{\pi D^2} + \rho gh\right)\frac{\pi d^2}{4}$$

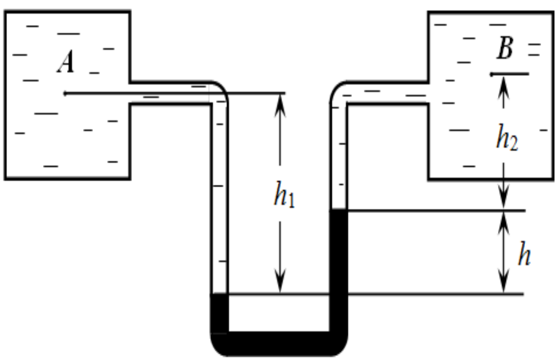
11) Из последнего уравнения выразим P'

$$P' = (3F + mg)\left(\frac{D}{d}\right)^2 - \rho gh\frac{\pi D^2}{4} - Mg$$

12) Определив P', тем самым определили силу прессования пищевого продукта P, то есть

$$P = (3F + mg)\left(\frac{D}{d}\right)^2 - \rho gh\frac{\pi D^2}{4} - Mg.$$

Пример 2. К двум резервуарам А и В присоединен дифференциальный ртутный манометр (плотность ртути $\rho_{рт}$, кг/м^3). Резервуар А заполнен маслом (плотность масла $\rho_м$, кг/м^3), резервуар В – водой (плотность воды $\rho_в$, кг/м^3). Определить разность давлений в точках А и В, если известен перепад ртути h, м; h_1, м; h_2, м.



Решение

1. Составим уравнение равновесия жидкостей в резервуарах и в дифференциальном ртутном манометре

$$p_А + \rho_м gh_1 - \rho_{рт} gh - \rho_в gh_2 = p_В,$$

из которого выразим разность давлений $p_A – p_B = \rho_{рт} gh + \rho_в gh_2 – \rho_м gh_1$.

Тема 3.3. Сила давления жидкости на плоскую стенку

Определим силу давления жидкости, находящейся в сосуде под избыточным давлением P_0, на плоскую стенку АВ, расположенную под углом α по отношению к горизонту – показано на рис. 9. Площадь стенки *S*, на внешней поверхности стенки – атмосферное давление.

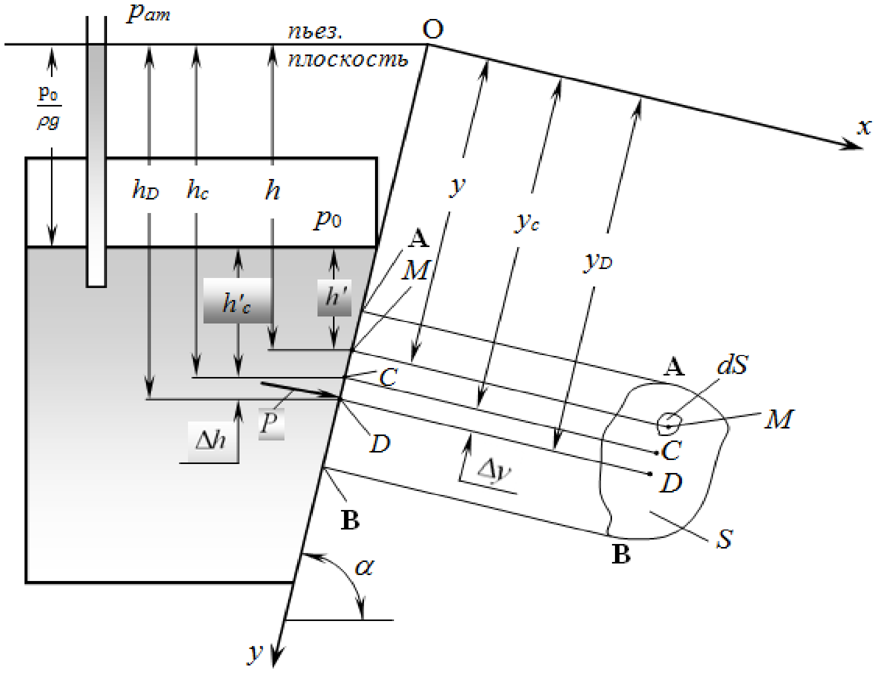


Рис. 9. Иллюстрация к выводу силы давления на плоскую стенку

Определим пьезометрическую поверхность (в данном случае равновесия жидкости – пьезометрическую плоскость).

Для этого мысленно поместим пьезометр в сосуд: под действием избыточного давления P_0 жидкость поднимется в пьезометре на высоту $p_0/\rho g$ и определит пьезометрическую плоскость. Совместим ось *Oy* с наклонной плоской стенкой, точка *O* – пересечение оси *Oy* и пьезометрической плоскости. Ось *Ox* перпендикулярна оси *Oy*.

На глубине h' относительно свободной поверхности в сосуде возьмём произвольную точку *M*, в окрестностях которой выделим бесконечно малую площадку *dS*. Найдем сначала элементарную силу давления *dP*, затем, проинтегрировав полученное выражение по всей площади *S*, получим полную силу давления *P* на плоскую стенку.

Элементарная сила давления *dP* на элементарную площадку *dS:*

$$dP = pdS = (p_0 + \rho g h')\cdot dS = \rho g[(p_0/\rho g) + h']\cdot dS = \rho g h\cdot dS = \rho g y Sin\alpha \cdot dS, \qquad (3.8)$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3, g – ускорение свободного падения, м/с^2, y – координата точки M в системе координат xOy ($h = ySin\alpha$).

Заметим, что выражение в квадратных скобкам уравнения (3.8) заменили на h – см. рис. 9.

Определим полную силу P, проинтегрировав уравнение (3.8) по всей площади S:

$$P = \rho g Sin\alpha \int_S ydS. \tag{3.9}$$

Интеграл в уравнении (3.9) представляет собой статический момент площади S относительно оси Ox, он равен произведению площади S на координату y_c её центра тяжести (точка C):

$$\int_S ydS = y_c S. \tag{3.10}$$

С учетом уравнения (3.10) преобразуем уравнение (3.9):

$$P = \rho g Sin\alpha y_c S = \rho g h_c S, \tag{3.11}$$

где h_c – координата центра тяжести C плоской стенки АВ относительно пьезометрической плоскости (расстояние по вертикали от центра тяжести C плоской стенки до пьезометрической плоскости).

Заметим, что $h_c = \frac{p_0}{\rho g} + h'_c$. Подставим это выражение в уравнение (3.11) и преобразуем:

$$P = \rho g \left(\frac{p_0}{\rho g} + h'_c\right) S = (p_0 + \rho g h'_c) S. \tag{3.12}$$

В уравнении (3.12) выражение в скобках представляет собой избыточное давление $p_{ис}$ в центре тяжести C плоской стенки АВ, то есть:

$$P = p_{ис} S. \tag{3.13}$$

Уравнения (3.11) (3.13) позволяют определить полную силу давления жидкости на плоскую стенку: полная сила давления на плоскую стенку равна избыточному давлению в центре тяжести плоской стенки, умноженному на площадь стенки.

Для частного случая, когда на свободной поверхности сосуда давление p_0 равно атмосферному давлению $p_{ат}$ (пьезометрическая плоскость в этом случае совпадает со свободной поверхностью), сила давления на плоскую стенку равна силе давления от веса жидкости, то есть:

$$P = \rho g h'_c S. \tag{3.14}$$

Определим точку приложения силы давления на плоскую стенку – это точка D, которая называется центром давления. Для этого применим теорему механики: момент равнодействующей силы относительно оси Оx равен сумме моментов составляющих сил:

$$Py_D = \int_S ydP. \tag{3.15}$$

Подставим в последнее уравнение элементарную силу давления dP из уравнения (3.8):

$$Py_D = \int_S y \cdot \rho gySin\alpha dS = \rho gSin\alpha \int_S y^2 dS. \tag{3.16}$$

В уравнении (3.16) $\int_S y^2 dS$ – момент инерции J_x площади S относительно оси Оx, то есть $J_x = \int_S y^2 dS$:

$$Py_D = \rho gSin\alpha J_x. \tag{3.17}$$

В уравнение (3.17) подставим выражение силы давления P из уравнения (3.11) и определим y_D:

$$y_D = \frac{\rho gSin\alpha J_x}{\rho gSin\alpha y_c S} = \frac{J_x}{y_c S}. \tag{3.18}$$

Момент инерции J_x площади S относительно оси Оx выразим через момент инерции площади S относительно центральной оси J_c, проходящей через центр тяжести С и параллельной оси Оx:

$$J_x = y_c^2 S + J_c. \tag{3.19}$$

Подставляя (3.19) в (3.18), получим:

$$y_D = y_c + \frac{J_c}{y_c S} = y_c + \Delta y, \tag{3.20}$$

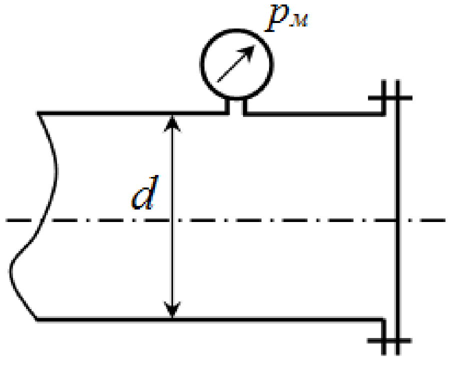
где $\Delta y = \frac{J_c}{y_c S}$.

Или вертикальные координаты:

$$h_D = h_c + \Delta h, \tag{3.21}$$

где $\Delta h = \frac{J_c}{h_c S} Sin^2\,\alpha$.

Для закрепления теоретического материала рассмотрим задачу.



Задача. Определите силу давления нефти (плотность нефти ρ=900 кг/м^3) на торцовую стенку цилиндрического бака (диаметр d=1 м) и точку ее приложения (центр давления), если показание манометра $p_м$=10 кПа (избыточное давление) [1].

Решение

1) Решим задачу в системе избыточных давлений.

2) Определим силу давления нефти на торцовую стенку цилиндрического бака

$$P = \rho g h_c S = \rho g\left(\frac{p_м}{\rho g} + \frac{d}{2}\right)\frac{\pi d^2}{4} = 900 \cdot 9{,}81\left(\frac{10^4}{900 \cdot 9{,}81} + \frac{1}{2}\right)\frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4} = 11{,}32 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

3) Определим точку приложения результирующей силы давления на торцевую стенку бака ($\alpha = 90^0$; $Sin\alpha = 1$; $J_c = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$; $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$)

$$\varDelta h = \frac{J_c}{h_c S} = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot 4}{64\left(\frac{p_м}{\rho g} + \frac{d}{2}\right)\pi d^2} = \frac{d^2}{16\left(\frac{p_м}{\rho g} + \frac{d}{2}\right)} = \frac{1^2}{16\left(\frac{10^4}{900 \cdot 9{,}81} + \frac{1}{2}\right)} = 0{,}038 \text{ (м)}.$$

Тема 3.4. Гидродинамика: основные понятия гидродинамики

Поведение движущейся жидкости отличается от поведения движения твердого тела: отдельные частицы твердого тела жестко связаны между собой, жидкая среда состоит из бесконечного числа бесконечно малых частиц, движущихся одна относительно другой. Причинами движения жидкости являются действующие на нее силы: объемные или массовые силы (сила тяжести, инерционные силы) и поверхностные силы (силы давления, силы трения). В гидродинамике основными элементами, характеризующими движение жидкости, являются: гидродинамическое давление и скорость движения (течения) жидкости. Гидродинамическое давление p – это внутреннее давление, проявляющееся при движении жидкости. Скорость движения жидкости в данной точке V – это скорость перемещения находящейся в данной точке частицы жидкости, определяемая длиной пути, пройденного этой частицей за единицу времени.

Задачей гидродинамики и является определение основных элементов движения жидкости p и V, установление взаимосвязи между ними и законов изменения их при различных случаях движения жидкости.

Установившимся стационарным движением жидкости называется такое движение, при котором в каждой данной точке основные элементы движения жидкости – скорость движения V и гидродинамическое давление p не изменяются с течением времени, а зависят только от координат точки (движение жидкости в канале, в реке при неизменных глубинах, истечение жидкости из резервуара при постоянном уровне жидкости в нем и др.). Аналитически это условие запишется так:

$$p = f_1(x, y, z); \tag{3.22}$$

$$V = f_2(x, y, z). \tag{3.23}$$

Неустановившимся (нестационарным) движением жидкости называется такое движение, при котором в каждой данной точке основные элементы движения жидкости – скорость движения и V гидродинамическое давление p – постоянно изменяются, т.е. зависят не только от положения точки в пространстве, но и от времени t (движение жидкости в канале или реке при переменном уровне, опорожнение резервуара при изменении уровня жидкости). Аналитически это условие запишется так:

$$p = f_1(x, y, z, t); \tag{3.24}$$

$$V = f_2(x, y, z, t). \tag{3.25}$$

Установившееся движение подразделяется на *равномерное и неравномерное*.

Равномерным называется такое установившееся движение, при котором живые сечения вдоль потока не изменяются (движение жидкости в цилиндрической трубе, в канале постоянного сечения), в этом случае $S=const$; средние скорости по длине потока также не изменяются, то есть $V=const$.

Установившееся движение называется ***неравномерным***, когда распределение скоростей в различных поперечных сечениях неодинаково (движение жидкости в конической трубе, в русле переменной ширины); при этом средняя скорость и площадь поперечного сечения потока могут изменяться вдоль потока.

Напорным называется движение жидкости, при котором поток полностью заключен в твердые стенки и не имеет свободной поверхности. Напорное движение происходит вследствие разности давлений и под действием силы тяжести. Примером напорного движения является движение жидкости в замкнутых трубопроводах (например, в водопроводных трубах).

Безнапорным называется движение жидкости, при котором поток имеет свободную поверхность. Примером безнапорного движения может быть: движение жидкости в реках, каналах и пр. Безнапорное движение происходит под действием силы тяжести и за счет начальной скорости.

Плавно изменяющимся называется такое движение жидкости, при котором кривизна струек незначительна (равна нулю или близка к нулю) и угол расхождения между струйками весьма мал (равен нулю или близок к нулю), т. е. практически поток жидкости мало отличается от параллельноструйного.

Линией тока называется кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной (рис. 10).

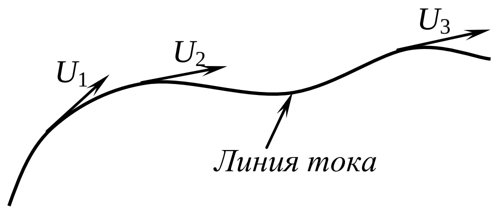


Рис. 10. Линия тока

Элементарная струйка. Если в движущейся жидкости выделить элементарную площадку dS, перпендикулярную направлению течения, и по её контуру провести линии тока, то полученная поверхность называется ***трубкой тока***. Часть потока, заключенная в трубке тока, ***называется элементарной струйкой*** (рис. 11).

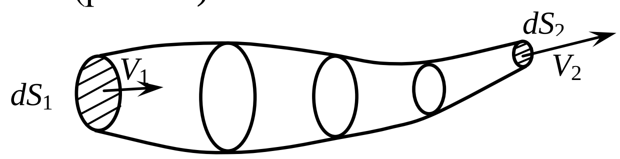


Рис. 11. Элементарная струйка

Элементарная струйка характеризует состояние движения жидкости в данный момент времени. При установившемся движении элементарная струйка имеет следующие свойства:

– форма и положение элементарной струйки с течением времени остаются неизменными, так как не изменяются линии тока;

– приток жидкости в элементарную струйку и отток из нее через боковую поверхность невозможен, так как по контуру элементарной струйки скорости направлены по касательной;

– скорость и гидродинамическое давление во всех точках поперечного сечения элементарной струйки считают одинаковыми из-за малости площади dS.

Совокупность элементарных струек движущейся жидкости, проходящих через площадку достаточно больших размеров, называется ***потоком***

жидкости. Поток ограничен твердыми поверхностями, по которым происходит движение жидкости (трубопровод и пр.), или газовой средой (атмосферой – река, лоток, канал и т.п.).

Живое сечение потока. Живым сечением потока называется поверхность (поперечное сечение), нормальная ко всем линиям тока, его пересекающим, и лежащая внутри потока жидкости.

Тема 3.5. Режимы движения жидкости

Практическое исследование движения капельных и газообразных жидкостей показывает, что существуют два принципиально различных режима течения: ***ламинарный*** и ***турбулентный режимы***.

Существование двух резко отличных друг от друга режимов движения жидкости было открыто в 1839 и 1854 гг. немецким инженером-гидромехаником Г. Хагеном; английский физик О. Рейнольдс в 1883 г. опытным путем подтвердил этот факт.

Ламинарный режим (от латинского слова *lamina* – слой) характеризуется слоистым течением без перемешивания частиц жидкости и без пульсаций скоростей и давления. При этом отсутствуют поперечные перемещения жидкости, линии тока вполне определяются границами русла, по которому течет жидкость. При постоянном напоре ламинарное течение является упорядоченным, строго установившемся течением (в общем случае возможен неустановившейся режим течения). Ламинарное течение нельзя назвать *безвихревым течением*, так как наряду с поступательным движением имеет место вращательное движение отдельных частиц жидкости относительно мгновенных центров вращения с некоторыми угловыми скоростями, но отдельные вихри в ламинарном потоке гасятся силами вязкости.

Ламинарный режим движения встречается чаще всего в практике течения *особенно вязких* жидкостей (нефти, нефтепродуктов, битума, масел и т.п.), при низких скоростях течения в каналах незначительного поперечного сечения (движение воды через поры грунта, капилляры и т.п.).

Турбулентный режим (от латинского слова *turbulentus* – беспорядочный) характеризуется хаотическим, беспорядочным движением отдельных частиц жидкости, интенсивным вращением, вихреобразованием и поперечным перемешиванием, пульсациями во времени поля скоростей и поля давлений в любой точке пространства, занятого турбулентным потоком. В целом, при турбулентном режиме жидкость движется поступательно, вместе с тем составляющие ее частицы имеют не только осевые, но и нормальные к оси русла составляющие вектора скорости, поэтому перемещения отдельных частиц жидкости представляют собой пространственные, неопределенно искривленные траектории.

Турбулентный режим движения в природе и технике встречается чаще ламинарного режима, так как на практике обычно имеются дополнительные условия, способствующие турбулизации потока, – неравномерность расхода, местные гидравлические сопротивления, вибрация и пр. Турбулентный режим течения наблюдается при движении маловязких жидкостей (бензина, керосина, спирта, кислоты и пр.), в большинстве случаев гидротехнической и гидромелиоративной практики (движение воды в трубах, каналах, реках и т.п.).

Критерием, позволяющим определять режим течения жидкости, является ***число Рейнольдса*** *Re* – это *критерий гидродинамического подобия*, который с физической точки зрения представляет собой соотношение инерционных и вязкостных сил и определяется следующим соотношением:

$$Re = \frac{V4R}{\nu}, \tag{3.26}$$

где V – средняя скорость потока, м/с; $R=\omega/П$ – гидравлический радиус – отношение площади живого сечения S к смоченному периметру $П$, м; ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости, м^2/с.

Для труб круглого сечения диаметром d число Рейнольдса примет следующий вид:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \tag{3.27}$$

где d – внутренний диаметр трубопровода, м.

Смена одного режима течения жидкости другим происходит скачкообразно и обусловлена тем, что одно течение теряет устойчивость, другое – приобретает. В инженерной практике режим течения определяют путем сравнения числа Рейнольдса Re с его критическим значением $Re_{кр}$. Различают два значения этого числа: ***нижнее критическое число Рейнольдса*** $Re_{кр}^{н}$ и ***верхнее критическое число Рейнольдса*** $Re_{кр}^{в}$

При числах Рейнольдса $Re < Re_{кр}^{н}$ ламинарное течение является вполне устойчивым: искусственная турбулизация потока и его возмущения гасятся влиянием сил вязкости и ламинарный режим вновь восстанавливается.

При числах Рейнольдса $Re > Re_{кр}^{в}$ движение будет только турбулентным.

При числах Рейнольдса $Re_{кр}^{н} < Re < Re_{кр}^{в}$ (в так называемой «переходной» зоне или критической) оба режима равновероятны: течение может быть либо ламинарным, либо турбулентным. Однако ламинарный режим в этом диапазоне изменения чисел Рейнольдса оказывается крайне неустойчивым: достаточно малейшего возмущения потока (например, толчка и пр.) и ламинарный режим «разрушается» и переходит в турбулентный. При практических расчетах всегда полагают, что ***в переходной зоне имеет место турбулентный режим***.

Для большинства гидравлических систем, работающих в реальных условиях производства, устанавливают следующие общепринятые критические значения чисел Рейнольдса:

– нижнее критическое число Рейнольдса $Re_{кр}^{н} = 2320$;
– верхнее критическое число Рейнольдса $Re_{кр}^{в} = 4000$.

Тема 3.6. Основные уравнения движения жидкости: уравнение неразрывности (расхода)

Расход – это количество жидкости, которое протекает через данное сечение в единицу времени. Количество жидкости можно измерять в единицах объема, массы или веса. Поэтому различают объемный Q (м^3/с), массовый Q_m (кг/с) и весовой Q_G (Н/с) расходы.

Для элементарной струйки, имеющей бесконечно малые площади сечений, можно считать скорость V одинаковой во всех точках сечения. Следовательно, для элементарной струйки $dQ = VdS$.

– объемный расход $dQ = VdS$;
– массовый расход $dQ_m = \rho \cdot dQ = \rho VdS$;
– весовой расход $dQ_G = g \cdot dQ_m = g \cdot \rho \cdot dQ = g \cdot \rho \cdot VdS$.

Основываясь на законе сохранения вещества и полагая, что течение внутри элементарной струйки является сплошным и неразрывным, можно утверждать, что для установившегося течения несжимаемой жидкости для элементарной струйки:

$$dQ = V_1 \cdot dS_1 = V_2 \cdot dS_2 = const. \qquad (3.28)$$

Уравнение (3.29) – *уравнение объемного расхода* для струйки.

Для потока конечных размеров скорость в общем случае имеет различные значения в разных точках сечения, поэтому расход определяют как сумму элементарных расходов струек, составляющих поток:

$$Q = \int_S V \cdot dS \tag{3.29}$$

На практике удобнее определять расход через среднюю по сечению потока скорость $V_{cp} = Q/S$, откуда $Q = V_{cp} \cdot S$.

Очевидно, что и для потока конечных размеров при условии его сплошности и неразрывности будет выполняться условие постоянства объемного расхода вдоль потока – показано на рис. 12, то есть:

$$Q = V_{cp1} \cdot S_1 = V_{cp2} \cdot S_2 = const. \tag{3.30}$$

Из последнего уравнения следует, что средние скорости в потоке несжимаемой жидкости обратно пропорциональны площадям сечений

$$\frac{V_{\text{ср1}}}{V_{\text{ср2}}} = \frac{S_2}{S_1} \tag{3.31}$$

Полученные уравнения расходов (3.28) и (3.30) являются следствием общего закона сохранения вещества.

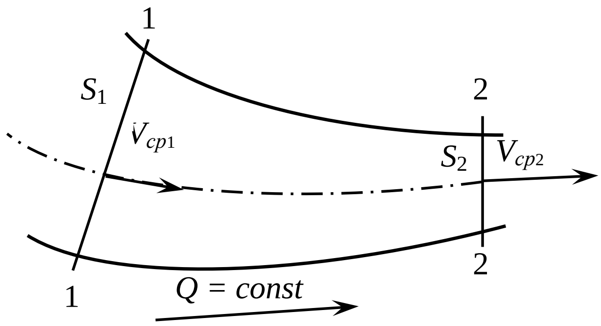


Рис. 12. Иллюстрация к выводу уравнения расхода

Тема 3.7. Основные уравнения движения жидкости: уравнение механической энергии (уравнение Бернулли) для потока реальной жидкости

Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости имеет вид:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = const, \tag{3.32}$$

где z – геометрический напор (высота нормального сечения струйки относительно плоскости сравнения), м; $p/\rho g$ – пьезометрический напор, м (p

– давление в этом сечении); $U^2/2g$ – скоростной напор, м (U – скорость в сечении).

Назовем *удельной энергией* энергию, отнесенную к единице веса жидкости. Очевидно, что единица измерения удельной энергии – метр (Дж/Н = м).

Геометрическим напором z называется удельная потенциальная энергия положения жидкости.

Пьезометрическим напором $p/\rho g$ называется удельная потенциальная энергия давления жидкости.

Гидростатическим напором $z+p/\rho g$ называется удельная потенциальная энергия жидкости.

Скоростным напором $U^2/2g$ называется удельная кинетическая энергия жидкости.

Полным напором $z+p/\rho g+U^2/2g$ называется полная (кинетическая и потенциальная) удельная механическая энергия жидкости.

С *физической точки зрения* уравнение Д. Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости выражает ***закон сохранения механической энергии***.

Таким образом, полная удельная механическая энергия жидкости постоянна вдоль струйки, но ее составляющие части – кинетическая и потенциальная энергии – могут изменяться. Характер этих изменений вполне определяется геометрическими параметрами струйки.

При переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к потоку реальной вязкой жидкости необходимо учитывать потери энергии, обусловленные различными гидравлическими сопротивлениями, а также неравномерный характер распределения поля скоростей и давлений по живому сечению потока. Для расчетного участка плавно изменяющегося течения реальной жидкости, ограниченного живыми сечениями 1 и 2 , уравнение Бернулли примет следующий вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Delta h_{1-2}, \qquad (3.33)$$

где V_1 и V_2 – средние скорости потока в сечениях 1 и 2 соответственно, м/с; Δh_{1-2} – потери удельной энергии на расчетном участке между сечениями 1 и 2, м; α_1 и α_2 – коэффициенты кинетической энергии (коэффициенты Кориолиса) в сечениях 1 и 2 соответственно.

Коэффициент кинетической энергии (коэффициент Кориолиса) α, учитывающий неравномерность поля скоростей по живому сечению, представляет собой отношение действительного значения кинетической энергии, проносимой потоком жидкости через живое сечение за некоторый отрезок времени, к значению кинетической энергии, определенной для того же отрезка времени при условии, что движение частиц жидкости происходит со средней для данного сечения скоростью:

$$\alpha = \frac{1}{S}\int_S \left(\frac{U}{V}\right)^3 dS. \quad (3.34)$$

Уравнение Д. Бернулли для потока реальной жидкости является ***уравнением баланса энергии*** с учетом потерь. Энергия, теряемая жидкостью, не исчезает бесследно, а превращается в другую форму – *тепловую*. Графической иллюстрацией этих изменений является ***напорная линия***.

Напорная линия – это график изменения (в случае идеальной жидкости – сохранения) *полной удельной механической энергии* вдоль потока (струйки).

Из *уравнения неразрывности* для элементарной струйки

$$UdS = const, \quad (3.35)$$

или для потока реальной несжимаемой жидкости

$$VS = const \quad (3.36)$$

следует, что скорость (следовательно, удельная кинетическая энергия) изменятся обратно пропорционально площади живого сечения (dS или S): увеличивается на суживающихся участках, уменьшается на расширяющихся участках и остается постоянной на участках с постоянным сечением. Изменение кинетической энергии приводит к изменению потенциальной энергии: увеличение кинетической энергии сопровождается уменьшением потенциальной и наоборот. Характер этих изменений иллюстрирует ***пьезометрическая линия***.

Пьезометрическая линия – это график изменения *гидростатического напора* вдоль потока (струйки).

На рис. 13 приведен пример построения напорных линий для канала постоянного сечения. Плоскость сравнения совпадает с осевой линией потока, поэтому для всех шести сечений $z_I - z_{VI} = 0$. Для каждого сечения откладываем вверх пьезометрический напор $p/\rho g$, плавно соединяем и получаем пьезометрическую линию. Затем, отложив вверх для каждого сечения скоростной напор $U^2/2g$ и соединив точки, получаем напорную линию.

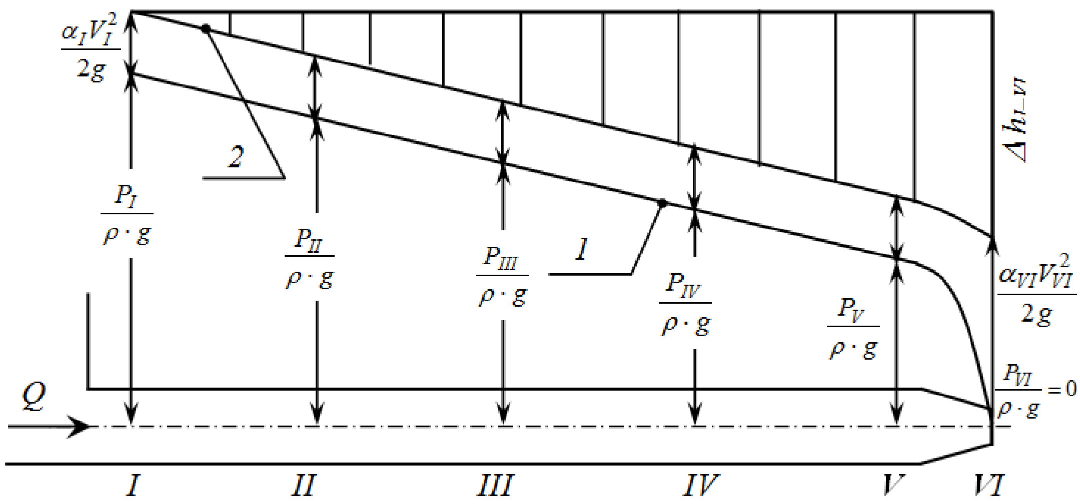


Рис. 13. Построение напорных линий для канала постоянного сечения:
1 – пьезометрическая линия; 2 – напорная линия

Для закрепления теоретического материала рассмотрим несколько задач.

Задача 1. Определить расход воды через насадок Вентури (D = 1,25d) и давление в узком сечении (сечение С–С), если напор в резервуаре H=2 м, диаметр d = 60 мм – показано на рис. 1. Гидравлическими сопротивлениями пренебречь [1].

Решение

1) Решим задачу в системе избыточных давлений.

2) Выбираем плоскость сравнения, совпадающую с осевой линией насадка Вентури (показано на рис. 2).

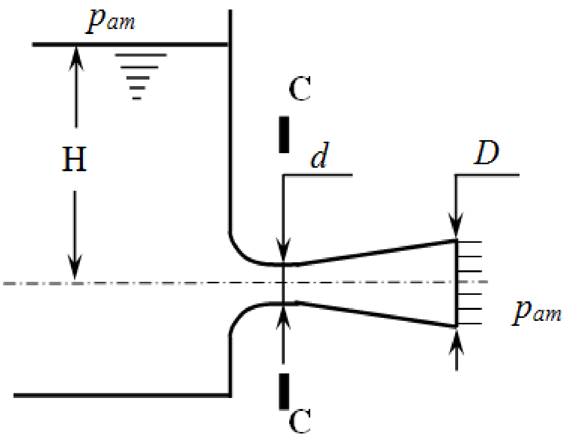


Рис.1. К задаче 1

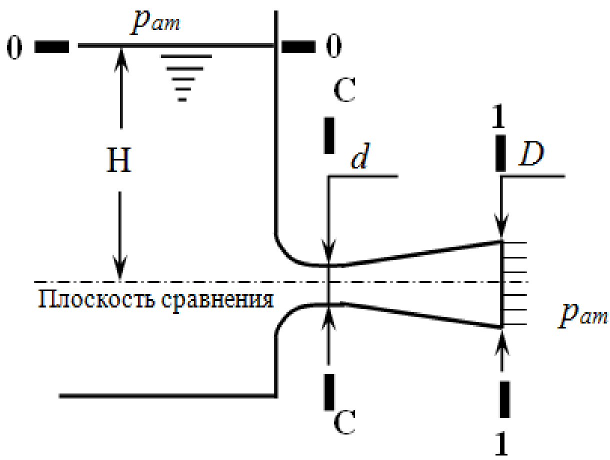


Рис. 2. К решению задачи 1

3) Запишем уравнение Бернулли для сечений 0–0 и 1–1:

$$z_0 + \frac{P_0}{\rho \cdot g} + \frac{V_0^2}{2 \cdot g} = z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \qquad (1)$$

Преобразуем уравнение 1:

$$z_0 = H\ ;\ \frac{P_0}{\rho \cdot g} = 0;\ \ \frac{V_0^2}{2g} = 0;\quad z_1 = 0;\ \ \frac{P_1}{\rho \cdot g} = 0; \tag{2}$$

4) С учетом (2) определяем из уравнения (1) скорость на выходе насадка Вентури: V_1= 6,26 м/с.

5) Определим расход:

$$Q = V_1 \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 6{,}26 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5625 \cdot 10^{-2}}{4} = 2{,}764 \cdot 10^{-2}\,\text{м}^3/\text{с}\,.$$

6) Запишем уравнение Бернулли для сечений С–С и 1–1 и преобразуем:

$$\frac{P_c}{\rho \cdot g} + \frac{V_c^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} \tag{3}$$

7) Запишем уравнение неразрывности для двух сечений С–С и 1–1:

$$V_c \frac{\pi \cdot d^2}{4} = V_1 \frac{\pi \cdot D^2}{4}. \tag{4}$$

Выразим из (4) V_c через V_1: $V_c = V_1 (\frac{D}{d})^2$.

8) Подставим полученное уравнение в уравнение (3) и после преобразований получим значение давления в узком сечении насадка Вентури: p_c= – 5,53 кПа (вакуум).

Задача 2. Определить скорость течения воды в трубопроводе (плотность воды ρ=1000 кг/ м^3), вытекающей из открытого резервуара в атмосферу по стальной трубке (диаметр d=20 мм, длина l=2 метра), установленной под углом α=30^0 к горизонту – показано на рис.1. Коэффициент сопротивления трения стальной трубы λ=0,02; коэффициент сопротивления крана $\xi_к$=3, входа $\xi_{вх}$=0,5. Напор в резервуаре h=1 м [1].

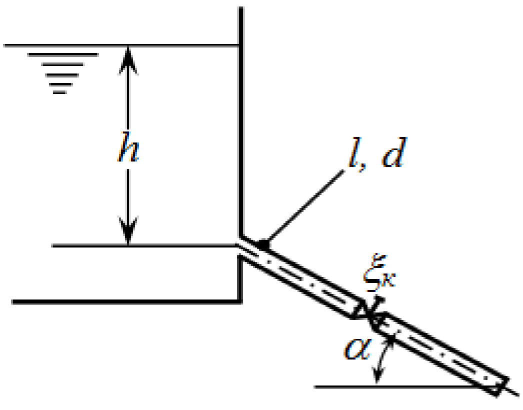


Рис. 1. К задаче 2

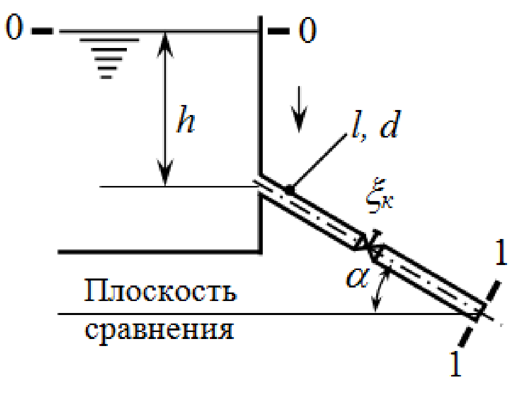


Рис. 2. К решению задачи 2

Решение

1) Решим задачу в системе избыточных давлений.

2) Выбираем плоскость сравнения, проходящую через центр нижнего сечения трубопровода (см. рис. 2).

3) Запишем уравнение Бернулли для сечений 0–0 и 1–1:

$$z_0 + \frac{P_0}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_0 \cdot V_0^2}{2g} = z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot V_1^2}{2g} + \xi_{вх}\frac{V^2}{2g} + \xi_к \frac{V^2}{2g} + \lambda \frac{\ell}{d}\frac{V^2}{2g} \quad . \tag{1}$$

4) Преобразуем уравнение 1,учитывая, что $z_0 = h + \ell \cdot Sin\alpha$:

$$\frac{P_0}{\rho \cdot g} = 0\,(P_0 = P_{ат} = 0); \quad \frac{\alpha_0 \cdot V_0^2}{2g} = 0;$$

$$z_1 = 0; \quad \frac{P_1}{\rho \cdot g} = 0 \;\; (P_1 = P_{ат} = 0); \quad \alpha_1 = 1; \quad \xi_{вх} = 0{,}5; \quad \xi_к = 3; \quad V_1 = V.$$

С учетом подстановки получаем:

$$h + \ell \cdot Sin\alpha = \frac{V^2}{2g}(1 + \xi_{вх} + \xi_к + \lambda \frac{\ell}{d}). \tag{2}$$

После преобразования и подстановки в уравнение (2) численных значений, получаем значение скорости течения воды в трубопроводе $V = 2{,}46$ м/с.

Задача 3. Построить линию полного напора и пьезометрическую напорную линию для потока вязкой жидкости, представленной на схеме – рис. 1.

Решение показано на рис. 2.

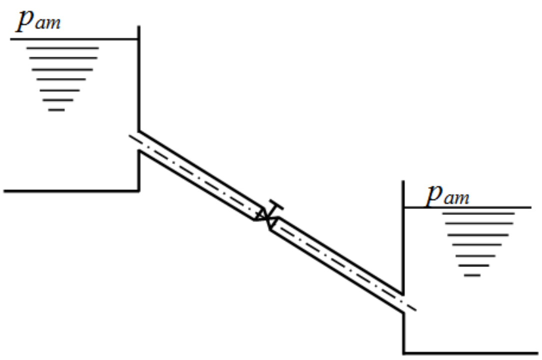


Рис. 1. К задаче 3

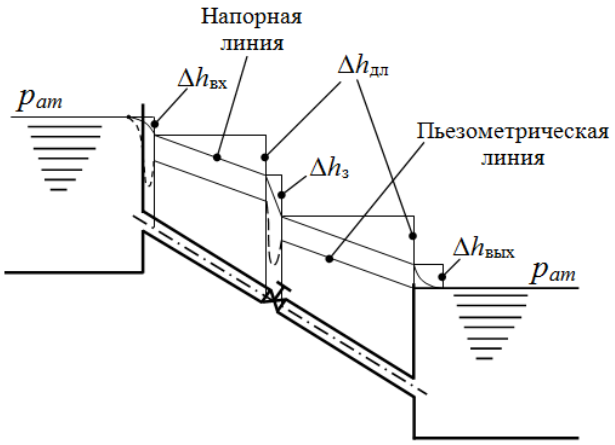


Рис. 2. К решению задачи 3

Тема 3.8. Виды гидравлических сопротивлений

При движении жидкости различают два вида сопротивлений и, соответственно, два вида потерь напора:

1) потери напора по длине (сопротивления по длине);

2) местные потери напора (местные сопротивления).

Потери напора обусловливаются наличием трения жидкости о стенки, ограничивающие поток, а также действием сил внутреннего трения. Потери напора, по длине распределяются равномерно по длине потока. Местные потери – это потери напора, возникающие в местах изменения живого сечения или конфигурации потока (то есть происходит резкое местное изменение величины и/или направлений его скоростей).

В случае установившегося движения жидкости при равномерном её течении эпюра скорости в поперечном сечении не изменяется вдоль потока. Возникающие при этом потери энергии на прямых участках трубопроводов и каналов с постоянными по длине сечениями называются ***потерями по длине***, а гидравлическое сопротивление, вызывающее эти потери, – сопротивлением по длине. Таким образом, ***сопротивлением по длине*** называется сопротивление прямых участков трубопроводов и каналов с постоянными по длине сечениями при равномерном движении жидкости.

Потери по длине обусловлены внутренним трением в жидкости, поэтому имеют место не только в шероховатых, но и в гладких трубах и каналах. Физической причиной гидравлического трения является вязкость и инерционность жидкости. Таким образом, потери по длине обусловлены инерционно-вязкостными свойствами жидкости и шероховатостью стенок каналов и могут быть определены по формуле Дарси-Вейсбаха

$$\Delta h_{\text{тр}} = \zeta_{\text{тр}} \cdot \frac{V^2}{2g}, \tag{3.37}$$

где $\zeta_{\text{тр}}$ – коэффициент сопротивления трения; $\frac{V^2}{2g}$ – скоростной напор, рассчитанный по средней скорости V.

Коэффициент сопротивления трения $\zeta_{\text{тр}}$ зависит от размеров трубопроводов: возрастает с увеличением длины ℓ и уменьшается с увеличением поперечного сечения канала (диаметра d или гидравлического радиуса R, где $R=S/П$ – отношение площади живого сечения S к смоченному периметру $П$):

– для круглых труб и каналов $\zeta_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d}$; (3.38)

– для остальных труб $\zeta_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{4R}$. (3.39)

Здесь λ – коэффициент гидравлического трения, который зависит от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости стенок трубы или канала k, то есть:

$$\lambda = f(\mathrm{Re}, k). \quad (3.40)$$

Число Рейнольдса для круглых труб и каналов определяется:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \quad (3.41)$$

для каналов и труб произвольного сечения

$$Re = \frac{V4R}{\nu}, \quad (3.42)$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости, м^2/с; R – гидравлический радиус (для круглых труб $4R=d$).

Относительная шероховатость k представляет собой отношение абсолютной эквивалентной шероховатости Δ к диаметру d, то есть:

$$k = \Delta/d. \quad (3.43)$$

По числу Рейнольдса вся область сопротивления разбита на пять зон [1]:

I зона (Re ≤ 2000) – зона ламинарного режима течения.

При ламинарном движении коэффициент гидравлического трения λ практически не зависит от шероховатости, являясь функцией только числа Рейнольдса, то есть$\lambda_I = f(Re)$, и определяется формулой Пуазейля:

$$\lambda_I = \frac{64}{Re}. \quad (3.44)$$

II зона (2000<Re<4000) – зона перемежаемости ламинарного и турбулентного режимов течения.

При данном режиме течения коэффициент гидравлического трения λ также не зависит от шероховатости, а зависит, как и в предыдущем случае, только от числа Рейнольдса, то есть $\lambda_{II} = f(Re)$. С увеличением числа Рейнольдса Re относительная продолжительность существования турбулентного режима растет, ламинарного – уменьшается. В этой зоне коэффициент гидравлического трения λ определяется:

$$\lambda_{II} = (1-\chi)\lambda_{\mathrm{I}} + \chi\lambda_{\mathrm{III}}, \quad (3.45)$$

где коэффициент χ определяется следующей зависимостью:

$$\chi = sin^2\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{Re}{2000} - 1\right)\right] \qquad (3.46)$$

III зона $\left(\mathbf{4000 \le Re \le \frac{15}{\mathit{k}}}\right)$ ***– зона «гладкостенного» сопротивления.***

В зоне «гладкостенного» сопротивления коэффициент гидравлического трения λ зависит только от числа Рейнольдса, то есть $\lambda_{III} = f\,(Re)$.

Если $\boldsymbol{Re<10^5}$ коэффициент гидравлического трения λ может быть определен по формуле Блазиуса:

$$\lambda_{III} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}}. \qquad (3.47)$$

Если $\boldsymbol{Re>10^5}$ коэффициент гидравлического трения λ может быть определен по формуле Филоненко и Альтшуля:

$$\frac{1}{\lambda_{III}} = 1{,}8 \cdot lgRe - 1{,}64 \qquad (3.48)$$

IV зона $\left(\boldsymbol{\frac{15}{k} < Re < \frac{560}{k}}\right)$ ***– переходная зона.***

В этой зоне коэффициент гидравлического трения λ зависит как от числа Рейнольдса, так и от шероховатости, то есть $\lambda_{IV} = f\,(Re, k)$ и может быть определен по формуле Кольбрука:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{IV}}}} = -2 \cdot \lg\left(\frac{k}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_{\mathrm{IV}}}}\right). \qquad (3.49)$$

V зона ($\boldsymbol{Re \ge \frac{560}{k}}$ ***– зона «квадратичного» сопротивления.***

В зоне «квадратичного» сопротивления коэффициент гидравлического трения λ вполне определяется шероховатостью стенок канала или труб, то есть $\lambda_{\mathrm{V}} = f(k)$. Для определения коэффициента гидравлического трения λ в этой зоне можно, например, воспользоваться формулой Никурадзе и Прандтля:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_V}} = -2lg\left(\frac{k}{3{,}7}\right), \qquad (3.50)$$

либо формулой Шифринсона:

$$\lambda_{\mathrm{V}} = 0{,}11 \cdot (k)^{0{,}25}. \qquad (3.51)$$

Для определения коэффициента гидравлического трения λ ***в турбулентной области течения*** можно использовать универсальную формулу Альтшуля:

$$\lambda = 0{,}11\left(k + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25}. \tag{3.52}$$

Местные потери напора. Местные потери напора (энергия жидкости) возникают на коротких участках трубопровода с препятствием для потока, называемыми местными сопротивлениями. Местные изменения размеров или конфигурации русла на различных фасонных участках вызывают деформацию и изменение скорости потока.

К местным гидравлическим сопротивлениям относятся внезапное расширение и сужение труб, вентили, задвижки, клапаны, колена, решетки, сетки и другие элементы гидросистем, изменяющие конфигурацию стенок трубы или канала. Местные сопротивления вызывают изменение скорости движения жидкости по величине и направлению, что почти всегда приводит к отрыву потока (транзитной струи) от стенок к возвратному течению жидкости около них, то есть к образованию циркуляционных зон. Механическая энергия потока, поглощаемая циркуляционными зонами для создания и поддержания вращения жидкости, составляет, в основном, местные потери напора (механической энергии).

В инженерных расчетах для определения потерь механической энергии на местных сопротивлениях используется формула Вейсбаха, выражающая потери в долях от скоростного напора:

$$h_{\text{м}} = \zeta \frac{V^2}{2g}, \tag{3.53}$$

где ζ – коэффициент местного сопротивления; V – средняя скорость потока за местным сопротивлением.

Если скорость в местном гидравлическом сопротивлении изменяется по длине, то за расчетную скорость принято принимать бóльшую из скоростей.

Сложный характер взаимодействия потока жидкости с местными гидравлическими сопротивлениями не позволяет, как правило, установить аналитические зависимости для определения коэффициентов местных сопротивлений ζ. Для большинства местных сопротивлений коэффициенты ζ определяются опытным путем. В общем случае, как показывают расчеты и данные опытов, коэффициенты ζ зависят от геометрии фасонного участка трубы или канала и от состояния потока. При этом влияние числа Рейнольдса *Re* на коэффициенты многих местных сопротивлений ограничивается, как правило, областью ламинарного течения жидкости. При турбулентном течении коэффициенты местных сопротивлений ζ определяются в основном формой местных сопротивлений и геометрическими параметрами и не зависят от числа Рейнольдса.

В большинстве случаев при подсчете местных потерь напора по формуле (3.53) используются в основном справочные значения коэффициентов местных сопротивлений ζ, которые могут быть заданы в виде графиков, номограмм, эмпирических или полуэмпирических формул, таблиц.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Темнов, В.К. Сборник задач по технической гидроаэомеханике / В.К. Темнов. – Челябинск: Челябинский политехнический институт, 1979. – 120 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Прохасько Любовь Савельевна

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ПИЩЕВЫХ
ПРОИЗВОДСТВ

Учебное пособие

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 16.04.2021. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 3,02. Тираж 50 экз. Заказ 117/217.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76.